

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна»

Кафедра технологии и художественного проектирования трикотажа

МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ИССЛЕДОВАНИЙ В ТЕХНОЛОГИИ ТРИКОТАЖА

***Методические указания к выполнению курсовой работы для
студентов заочной формы обучения по направлению
подготовки 29.03.02 – Технологии и проектирование
текстильных изделий» (профиль «Технология и
конструирование трикотажных изделий»)***

Составитель

С. В. Макаренко

Санкт-Петербург
2022

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины «Методы и средства исследований в технологии трикотажа» (МИСИ) – освоение современных методов экспериментальных и теоретико-экспериментальных исследований механико-технологических процессов трикотажного производства, получение навыков планирования и постановки экспериментов, использования современной измерительной техники и математико-статистических методов обработки полученной информации, которые позволят проявить в дальнейшей профессиональной деятельности способности к научно-исследовательской работе.

Задачами изучения дисциплины являются:

- развитие у студентов исследовательских способностей, необходимых для дальнейшей профессиональной деятельности;

- подготовка студентов к проведению научных исследований, разработке новых методов и технических средств испытаний параметров технологических процессов и изделий текстильной промышленности.

В результате изучения дисциплины студенты получают знания об особенностях подготовки и проведения экспериментальных работ при исследовании технологических процессов текстильного производства, основных методах планирования эксперимента, методах математического анализа результатов инженерных и научных исследований. Изучение данной дисциплины необходимо для успешного освоения курса "Исследовательская работа", а также выполнения выпускной квалификационной работы.

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Целью курсовой работы является развитие и закрепление навыков проведения самостоятельной работы студентов по планированию и анализу эксперимента при исследовании механико-технологических процессов трикотажного производства.

Задача курсовой работы – освоение методов получения многофакторной регрессионной модели по результатам проведения полного факторного эксперимента.

2. СОДЕРЖАНИЕ И ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа выполняется в виде пояснительной записки объемом 8 – 12 с. в соответствии с требованиями ГОСТ 7.32–2017 "Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления".

Пояснительная записка должна содержать следующие обязательные элементы:

- Задание на курсовую работу
- Обработка результатов эксперимента
- Анализ полученных результатов
- Список использованных источников

Текст пояснительной записки должен быть выполнен в компьютерном наборе на одной стороне бумаги формата А4 через полтора межстрочных интервала с использованием шрифта *Times New Roman*, высота шрифта не менее 12, рекомендуемая – 14 кегль. Расстояние от границы листа до текста слева — 30 мм (20 мм – поле и 10 мм под переплет), справа — 10 мм, от верхней и нижней строк текста до границы листа – 20 мм. Абзацы в тексте следует начинать с отступа, равного 12 – 15 мм.

При выполнении пояснительной записки необходимо сначала изложить методику и привести используемые формулы, а затем представить сами расчеты.

Формулы располагают на отдельных строках, нумеруют сквозной нумерацией арабскими цифрами, в круглых скобках в крайнем правом положении на строке. Непосредственно под формулой приводится пояснение символов и числовых коэффициентов в той же последовательности, в которой они даны в формуле. Первая строка расшифровки начинается словом "где" с абзачного отступа.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Задание на курсовую работу выдается студентам после проведения лекционных и лабораторных занятий по дисциплине на зимней учебно-экзаменационной сессии 4 курса. В качестве исходных данных к курсовой работе представляются результаты проведения полного факторного эксперимента (ПФЭ) в области исследования технологических процессов трикотажного производства. Задание содержит формулировку проблемы, характеристику объектов исследования, условия проведения эксперимента.

3.1. Основные сведения

Целью планирования эксперимента является минимизация затрат на проведение эксперимента и возможность получения по его результатам математической зависимости между исследуемыми параметрами, позволяющей проводить анализ и решать задачу оптимизации процесса.

Сущность планирования эксперимента (ПЭ) заключается в выборе выходных параметров, входных факторов, составлении плана проведения эксперимента (матрицы планирования). Матрица планирования эксперимента представляет собой таблицу, в которой указаны значения уровней факторов в различных сериях опытов. Число опытов определяется методами ПЭ и задачами исследования

Полный факторный эксперимент (ПФЭ)

Эксперимент, реализующий все возможные неповторяющиеся комбинации уровней факторов, называется полным факторным экспериментом.

В результате ПФЭ получается регрессионная многофакторная модель в виде линейного полинома:

$$Y_R = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_i x_i + \dots + b_M x_M$$

или неполного полинома второго порядка:

$$Y_R = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_i x_i + \dots + b_M x_M + b_{12} x_1 x_2 + \dots + b_{ij} x_i x_j + \dots + b_{M-1,M} b_M x_{M-1} x_M,$$

где Y_R – расчетное значение выходного параметра;

x – кодированные значения уровней фактора;

$i=1, \dots, M; j=1, \dots, M (i \neq j)$ – номер фактора;

M – число факторов;

b_0, b_i, b_j, b_M – коэффициенты регрессии.

Количество опытов:

$$N = k^M,$$

где k – число уровней факторов.

Для ПФЭ $k=2$ $N=2^M$

При $M=2$ эксперимент обозначают 2^2 , при $M=3$ эксперимент обозначают 2^3 .

ПФЭ проводят для $M \leq 4$

Матрица планирования 2^2 $N=4$

номер опыта	Факторы	
	x1	x2
1	-	-
2	+	-
3	-	+
4	+	+

Уравнение регрессии:

$$Y_R = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2$$

Матрица планирования 2^3 $N=8$

номер опыта	Факторы		
	x1	x2	x3
1	-	-	-
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	-
5	-	-	+
6	+	-	+
7	-	+	+
8	+	+	+

Уравнение регрессии:

$$Y_R = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3$$

План ПФЭ позволяет получить наибольшую информацию об объекте и обеспечивает минимальные и равные дисперсии коэффициентов регрессии, а также их независимость. Это позволяет исключить из окончательного уравнения незначимые коэффициенты вместе со стоящими за ними факторами.

3.2. Обработка результатов ПФЭ

Обработка результатов ПФЭ включает ряд этапов.

Оценка однородности дисперсий выходного параметра

Проверка гипотезы об однородности дисперсий позволяет оценить устойчивость работы исследуемого объекта, показывает равнозначность подхода к проведению опытов, что обеспечивает воспроизводимость результата.

В процессе проверки вычисляются следующие показатели.

Среднее значение выходного параметра в каждом опыте:

$$\overline{Y}_u = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Y_{i,u}, \quad (1)$$

где $\overline{Y}_u$ – среднее значение выходного параметра в u -м опыте матрицы планирования;

$Y_{i,u}$ – значения выходного параметра в i -й повторности u -го опыта матрицы планирования;

m – количество повторных опытов.

Дисперсия выходного параметра $S_u^2\{Y\}$ вычисляется по формуле

$$S_u^2\{Y\} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (Y_{i,u} - \overline{Y}_u)^2. \quad (2)$$

Оценка однородности дисперсий производится с помощью критерия Кочрена, расчетное значение которого G_R вычисляется по формуле

$$G_R = \frac{S_{u(\max)}^2\{Y\}}{\sum_{u=1}^N S_u^2\{Y\}}, \quad (3)$$

где $S_{u(\max)}^2\{Y\}$ – максимальная из числа дисперсий $S_u^2\{Y\}$;

N – количество опытов в матрице планирования.

Если соблюдается условие

$$G_R < G_T [P_d, N, m-1], \quad (4)$$

где $G_T [P_d, N, m-1]$ – табличное значение критерия Кочрена, принятое при доверительной вероятности P_d , то гипотеза об однородности дисперсий не отвергается. При несоблюдении неравенства опыт, для которого получена наибольшая дисперсия, следует повторить, а ранее полученные для этого опыта результаты исключить.

Величину доверительной вероятности рекомендуется принимать равной 0,95.

Расчет коэффициентов регрессии

Для расчета используется метод наименьших квадратов, который обеспечивает минимум суммы квадратов отклонений расчетных значений выходного параметра от экспериментальных.

По результатам ПФЭ получается регрессионная многофакторная модель вида

$$Y_R = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_i x_i + \dots + b_M x_M + b_{12} x_1 x_2 + \dots + b_{ij} x_i x_j + \dots + b_{M-1,M} b_M x_{M-1} x_M, \quad (5)$$

где Y_R – расчетное значение выходного параметра;

x – кодированные значения уровней фактора;

$i=1, \dots, M; j=1, \dots, M (i \neq j)$ – номер фактора;

M – число факторов;

b_0, b_i, b_j, b_M – коэффициенты регрессии.

Коэффициенты рассчитываются по формулам:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N \bar{Y}_u; \quad (6)$$

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} \bar{Y}_u; \quad (7)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} \bar{Y}_u; \quad (8)$$

$$b_{ijk} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} x_{ku} \bar{Y}_u. \quad (9)$$

Определение дисперсии воспроизводимости

$$S^2\{Y\} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N S_u^2\{Y\}. \quad (10)$$

Оценка значимости коэффициентов регрессии

Оценка значимости коэффициентов регрессии производится по критерию Стьюдента, расчетное значение которого $t_R\{b_i\}$ вычисляется по формуле

$$t_R\{b_i\} = \frac{|b_i|}{S\{b_i\}}, \quad (11)$$

где $S\{b_i\}$ - среднее квадратическое отклонение коэффициента регрессии.

$$S\{b_i\} = \sqrt{\frac{S^2\{Y\}}{N \cdot m}}. \quad (12)$$

Если $t_R\{b_i\} > t_T[P_d, f=N(m-1)]$, где t_T – табличное значение критерия Стьюдента, принятое при доверительной вероятности P_d и числе степеней свободы f , то данный коэффициент регрессии с доверительной вероятностью P_d считается значимым, и наоборот.

Если коэффициент оказался незначимым, то его и стоящий за ним фактор (взаимодействие факторов) можно исключить из уравнения.

Незначимость коэффициента говорит, как правило, о несущественном влиянии соответствующего фактора на выходной параметр. Однако она может быть обусловлена и малым интервалом варьирования фактора, а также большой дисперсией воспроизводимости вследствие воздействия на процесс неконтролируемых факторов или нахождения центра эксперимента в экстремальной зоне. Для дополнительной проверки рекомендуется повторение опытов с увеличением интервала варьирования фактора с незначимым коэффициентом регрессии.

Расчет дисперсии адекватности

После исключения незначимых коэффициентов и стоящих за ними факторов (взаимодействий факторов) получаем окончательное уравнение, подставляя в которое последовательно кодированные значения факторов для

каждого опыта матрицы планирования, вычисляем расчетные значения выходного параметра Y_{Ru} .

Дисперсия адекватности $S_{ad}^2\{Y\}$ вычисляется по формуле

$$S_{ad}^2\{Y\} = \frac{m}{N - N_k - 1} \sum_{u=1}^N (\bar{Y}_u - Y_{Ru})^2, \quad (13)$$

где N_k – количество коэффициентов в окончательном уравнении без свободного члена.

Проверка адекватности полученной модели

Для оценки адекватности полученной модели используется критерий Фишера, расчетное значение которого вычисляется по формуле

$$F_R = \frac{S_{ad}^2\{Y\}}{S^2\{Y\}}, \quad (14)$$

если $S_{ad}^2\{Y\} > S^2\{Y\}$ или

$$F_R = \frac{S^2\{Y\}}{S_{ad}^2\{Y\}}, \quad (15)$$

если $S_{ad}^2\{Y\} < S^2\{Y\}$.

Если $F_R < F_T [P_d, f_2, f_1]$, где F_T – табличное значение критерия Фишера, принятое при доверительной вероятности P_d , числе степеней свободы f_2 для большей дисперсии и f_1 для меньшей дисперсии, то гипотеза об адекватности не отвергается.

Число степеней свободы для дисперсии адекватности $f=N-N_k-1$, для дисперсии воспроизводимости $f=N(m-1)$.

Анализ уравнений регрессии

По величине коэффициента регрессии можно судить о степени влияния фактора, а по знаку – о его характере. Чем больше коэффициент регрессии, тем сильнее проявляется степень влияния фактора на выходной параметр. Факторы, коэффициенты которых имеют знак плюс, повышают величину выходного параметра, а имеющие знак минус – снижают ее.

Необходимо помнить, что выводы относятся только к исследуемой области!

4. ПРИМЕР РАСЧЕТА

4.1. Формулировка задания

ТЕМА: Оптимизация процесса вязания эластичных основовязанных полотен

ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОБЛЕМЫ: на свойства эластичных основовязанных полотен помимо структуры переплетения влияют вид нитей, их линейная плотность, длина нити в петле и др. Длина нити в петле в свою очередь зависит от величины входного натяжения нитей, подаваемых к петлеобразующим органам машины и силы оттяжки полотна.

В качестве объекта исследования выбрано основовязанное эластичное полотно, выработанное из эластановых и полиамидных нитей переплетением трико-сукно, в котором петли трико образуют эластановые нити. Требуется установить влияние параметров вязания на поверхностную плотность полотна.

ФАКТОРЫ И ВЫХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ: При проведении полного факторного эксперимента в целях исследования процесса вязания в качестве варьируемых факторов были приняты:

X_1 – входное натяжение эластановых нитей, сН;

X_2 – входное натяжение полиамидных нитей, сН;

X_3 – усилие оттяжки, приходящееся на один пет. столбик, сН.

Выходной параметр Y – поверхностная плотность трикотажа, г/м².

В ходе предварительных экспериментов выявлены максимальные и минимальные значения натяжения нитей и усилия оттяжки, при которых процесс петлеобразования протекает нормально, а свойства соответствуют требованиям дальнейшей переработки и эксплуатации. Эти значения определили область варьирования факторов X_1 – X_3 (пределы их изменения).

Матрица планирования эксперимента и экспериментальные значения выходного параметра приведены в табл. 1, 2.

Т а б л и ц а 1. Матрица планирования эксперимента 2³

Номер опыта	Кодированные значения факторов			Натуральные значения факторов		
	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3
1	-	-	-	2.0	2.0	3.0
2	+	-	-	7.0	2.0	3.0
3	-	+	-	2.0	6.0	3.0
4	+	+	-	7.0	6.0	3.0
5	-	-	+	2.0	2.0	9.0
6	+	-	+	7.0	2.0	9.0
7	-	+	+	2.0	6.0	9.0
8	+	+	+	7.0	6.0	9.0

Т а б л и ц а 2. Результаты эксперимента

Номер опыта	Номер повторного опыта	Выходной параметр Y
		Поверхностная плотность трикотажа, г/м ²
1	1.1	264.4
	1.2	280.4
2	2.1	321.6
	2.2	306.0
3	3.1	205.6
	3.2	220.4
4	4.1	298.3
	4.2	282.7
5	5.1	245.8
	5.2	234.8
6	6.1	283.6
	6.2	267.2
7	7.1	197.3
	7.2	209.7
8	8.1	276.5
	8.2	263.3

4.2. Обработка результатов ПФЭ

Для ПФЭ 2^3 уравнение регрессии будет иметь вид

$$Y_R = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3.$$

Проверка гипотезы об однородности дисперсий в опытах матрицы

Для каждого опыта определяем среднее значение и дисперсию по формулам (1, 2) при количестве опытов $N = 8$, количестве повторных опытов $m = 2$. Результаты расчетов сведены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3. Результаты определения числовых характеристик

Номер опыта	Номер повторного опыта	Выходной параметр Y	$\bar{Y}_u$	$S_u^2\{Y\}$
1	1.1	264.4	272,4	128,0
	1.2	280.4		
2	2.1	321.6	313,8	121,6
	2.2	306.0		
3	3.1	205.6	213,0	109,5
	3.2	220.4		
4	4.1	298.3	290,5	121,6
	4.2	282.7		
5	5.1	245.8	240,8	72,0
	5.2	234.8		
6	6.1	283.6	275,4	134,5
	6.2	267.2		
7	7.1	197.3	203,5	76,8
	7.2	209.7		
8	8.1	276.5	269,9	87,1
	8.2	263.3		
				$\sum_{u=1}^{N=8} S_u^2\{Y\} = 851,1$

Расчетное значение критерия Кочрена по формуле (3)

$$G_R = \frac{134,5}{851,1} = 0,158 .$$

Табличное значение (*приложение А*)

$$G_T [P_d = 0,95; N = 8; f = m-1 = 2-1 = 1] = 0,6798.$$

$G_R < G_T$, дисперсии однородны.

Определение коэффициентов регрессии

По формулам (6 – 9)

$$b_0 = \frac{1}{8} (272,4 + 313,8 + 213,0 + 290,5 + 240,8 + 275,4 + 203,5 + 269,9) = 259,9;$$

$$b_1 = \frac{1}{8} (-272,4 + 313,8 - 213,0 + 290,5 - 240,8 + 275,4 - 203,5 + 269,9) = 27,49;$$

$$b_2 = \frac{1}{8} (-272,4 - 313,8 + 213,0 + 290,5 - 240,8 - 275,4 + 203,5 + 269,9) = -15,69;$$

$$b_3 = \frac{1}{8} (-272,4 - 313,8 - 213,0 - 290,5 + 240,8 + 275,4 + 203,5 + 269,9) = -12,51;$$

$$b_{12} = \frac{1}{8} (272,4 - 313,8 - 213,0 + 290,5 + 240,8 - 275,4 - 203,5 + 269,9) = 8,49;$$

$$b_{13} = \frac{1}{8} (272,4 - 313,8 + 213,0 - 290,5 - 240,8 + 275,4 - 203,5 + 269,9) = 4,99;$$

$$b_{23} = \frac{1}{8} (272,4 + 313,8 - 213,0 - 290,5 - 240,8 - 275,4 + 203,5 + 269,9) = -2,24;$$

$$b_{123} = \frac{1}{8} (-272,4 + 313,8 + 213,0 - 290,5 + 240,8 - 275,4 - 203,5 + 269,9) = -0,54.$$

Уравнение регрессии имеет вид

$$U_R = 259,9 + 27,49x_1 - 15,69x_2 - 12,51x_3 + 8,49x_1x_2 + 4,99x_1x_3 - 2,24x_2x_3 - 0,54x_1x_2x_3.$$

Определение дисперсии воспроизводимости.

По формуле (10)

$$S^2\{Y\} = \frac{1}{8} \cdot 851,1 = 106,39.$$

Проверка значимости коэффициентов регрессии

По формуле (12) среднее квадратическое значение выборочного коэффициента регрессии

$$S\{b_i\} = \sqrt{\frac{106,39}{8 \cdot 2}} = 2,58.$$

По формуле (11) расчетные значения коэффициента Стьюдента

$$t_R \{b_1\} = \frac{27,49}{2,58} = 10,65;$$

$$t_R \{b_2\} = \frac{15,69}{2,58} = 6,05;$$

$$t_R \{b_3\} = \frac{12,51}{2,58} = 4,84;$$

$$t_R \{b_{12}\} = \frac{8,49}{2,58} = 3,29;$$

$$t_R \{b_{23}\} = \frac{2,24}{2,58} = 0,86;$$

$$t_R \{b_{13}\} = \frac{4,99}{2,58} = 1,93;$$

$$t_R \{b_{123}\} = \frac{0,54}{2,58} = 0,21.$$

Табличное значение критерия Стьюдента (*приложение Б*)

$$t_T [P_d = 0,95; f=N(m-1) = 8(2 - 1) = 1] = 2,306.$$

Коэффициенты b_1, b_2, b_3, b_{12} являются значимыми, так как для них $t_R > t_T$.

Таким образом, после исключения незначимых коэффициентов уравнение регрессии принимает вид

$$Y_R = 259,9 + 27,49 x_1 - 15,69 x_2 - 12,51 x_3 + 8,49 x_1 x_2.$$

Проверка адекватности полученной модели

Расчетные значения выходного параметра Y_{Ru} в каждом опыте определены подстановкой кодированных значений факторов в полученное уравнение регрессии. Значения Y_{Ru} , а также значения $(\bar{Y}_u - Y_{Ru})^2$ сведены в табл. 4.

Т а б л и ц а 4. Результаты расчетов для определения дисперсии адекватности

Номер опыта	$\bar{Y}_u$	Y_{Ru}	$(\bar{Y}_u - Y_{Ru})^2$
1	272,4	269,1	10,89
2	313,8	307,1	44,89
3	213,0	220,8	60,84
4	290,5	292,7	4,84
5	240,8	244,1	10,89
6	275,4	282,1	44,89
7	203,5	195,7	60,84
8	269,9	267,4	4,84
			$\sum_{u=1}^{N=8} (\bar{Y}_u - Y_{Ru})^2 = 242,92$

По формуле (13) дисперсия адекватности

$$S_{ad}^2 \{Y\} = \frac{2}{8-4-1} \cdot 249,92 = 161,9.$$

По формуле (14) расчетное значение критерия Фишера

$$F_R = \frac{161,9}{106,39} = 1,52.$$

Табличное значение критерия Фишера (*приложение В*)

$$F_T [P_d = 0,95; f_2 = 8-4-1 = 3; f_1 = 8(2-1) = 8] = 4,07.$$

Так как $F_R < F_T$, модель адекватна.

Анализ полученных результатов

Рассматривая полученную модель

$$Y_R = 259,9 + 27,49 x_1 - 15,69 x_2 - 12,51 x_3 + 8,49 x_1 x_2,$$

можно сделать следующие выводы.

На поверхностную плотность трикотажного полотна влияют как натяжение нитей при вязании, так и усилие оттяжки. Влияние входного натяжения эластановых нитей практически вдвое больше влияния натяжения полиамидных нитей и усилия оттяжки. При этом, увеличение натяжения эластановых нитей при вязании приводит к возрастанию поверхностной плотности. При увеличении натяжения эластановые нити растягиваются сильнее, а при снятии полотна с машины стягивают петельную структуру, что и отражается на поверхностной плотности. Увеличение натяжения полиамидных нитей носит обратный эффект. Чем больше усилие оттяжки, тем меньше поверхностная плотность трикотажа, что является характерным для процесса петлеобразования основовязаного трикотажа.

Приложение А

**Табличные значения критерия Кочрена, т.е. отношения
наибольшей эмпирической дисперсии к сумме N
эмпирических дисперсий G_T [$p_d = 0,95$; $f = m-1$; N]**

N	f													
	Доверительная вероятность 0,95													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8772	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7880	0,7341	0,6602	0,5813	0,5000
3	0,9669	0,8709	0,7977	0,7457	0,7071	0,6771	0,6530	0,6333	0,6167	0,6025	0,5466	0,4748	0,4031	0,3333
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5859	0,5598	0,5365	0,5175	0,5017	0,4884	0,4366	0,3720	0,3093	0,2500
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5441	0,5065	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,4118	0,3645	0,3066	0,2513	0,2000
6	0,7808	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4184	0,3980	0,3817	0,3682	0,3568	0,3135	0,2612	0,2119	0,1667
7	0,7271	0,5612	0,4800	0,4307	0,3974	0,3726	0,3535	0,3384	0,3259	0,3154	0,2756	0,2278	0,1833	0,1429
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2829	0,2462	0,2022	0,1616	0,1250
9	0,6385	0,4775	0,4027	0,3584	0,3286	0,3067	0,2901	0,2768	0,2659	0,2568	0,2226	0,1820	0,1446	0,1111
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2666	0,2541	0,2439	0,2353	0,2032	0,1655	0,1308	0,1000
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2093	0,2020	0,1737	0,1403	0,1100	0,0833
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911	0,1815	0,1736	0,1671	0,1429	0,1144	0,0889	0,0667
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1921	0,1735	0,1602	0,1501	0,1422	0,1357	0,1303	0,1108	0,0879	0,0675	0,0500
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,1113	0,0094	0,0743	0,0567	0,0417
30	0,2929	0,1980	0,1593	0,1377	0,1237	0,1137	0,1061	0,1002	0,0958	0,0921	0,0771	0,0604	0,0457	0,0333
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0,0887	0,0827	0,0780	0,0745	0,0713	0,0595	0,0462	0,0347	0,0250
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0765	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0497	0,0411	0,0316	0,0234	0,0167
120	0,0998	0,0632	0,0495	0,0419	0,0371	0,0337	0,0312	0,0292	0,0279	0,0266	0,0218	0,0165	0,0120	0,0083
∞	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Приложение Б
Значения критерия Стьюдента $t_T[p_D; f]$

f	P_D				
	Двусторонний критерий				
	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999
1	3,078	6,314	12,706	63,657	636,62
2	1,886	2,920	4,303	9,925	31,598
3	1,638	2,353	3,182	5,841	12,924
4	1,533	2,132	2,776	4,604	8,610
5	1,476	2,015	2,571	4,032	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,707	5,959
7	1,415	1,895	2,365	3,499	5,408
8	1,397	1,860	2,306	3,355	5,041
9	1,383	1,833	2,262	3,250	4,781
10	1,372	1,812	2,228	3,169	4,587
11	1,363	1,796	2,201	3,106	4,437
12	1,356	1,782	2,179	3,055	4,318
13	1,350	1,771	2,160	3,012	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,977	4,140
15	1,341	1,753	2,131,	2,947	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,921	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,898	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,878	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,861	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,845	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,831	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,819	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,807	3,767
24	1,318	1,711	2,064	2,797	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,787	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,779	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,771	3,69
28	1,313	1,701	2,048	2,763	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,756	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,750	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,704	3,551
60	1,296	1,671	2,000	2,660	3,460
120	1,289	1,658	1,980	2,617	3,373
∞	1,282	1,645	1,960	2,576	3,291
P_D	0,90	0,95	0,975	0,995	0,9995
	Односторонний критерий				

Приложение В

Таблица значений критерия Фишера F_T [$p_D = 0,95, f_2; f_1$]
(f_2 – степень свободы для большей дисперсии,
 f_1 – степень свободы для меньшей дисперсии)

$\rightarrow f_2$ $\downarrow f_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,3	19,33	19,35	19,37	19,38
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
6	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90
12	1,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
120	3,922	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88