

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна»

А. В. Труевцев

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА ТРИКОТАЖА

Издание второе, переработанное

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

Санкт-Петербург
2016

УДК 677.025
ББК 37.238
Т78

Рецензенты:

кандидат технических наук, начальник производства ООО «Сэтила»

С. В. Полякова;

кандидат технических наук, старший преподаватель

Санкт-Петербургского государственного университета промышленных
технологий и дизайна

О. А. Москалюк

Труевцев, А. В. Прикладная механика трикотажа: учеб. пособие /
Т78 А. В. Труевцев. – СПб.: СПбГУПТД, 2016. – 68 с.: ил.

ISBN 978-5-7937-1212-5

В учебном пособии рассмотрены взгляды на строение трикотажа. Изложено проектирование технологических параметров трикотажа с учетом жесткости нити при изгибе и статического угла трения нити о нить.

Предназначено для студентов вузов, изучающих дисциплины «Прикладная механика трикотажа», «Структурная механика текстильных полотен» и специализирующихся в области технологии и проектирования текстильных изделий. Может быть полезно учащимся магистратуры и аспирантам.

Ил. 31, библиогр.: 103 назв.

*Теория вопроса разработана в рамках программы
фундаментальных исследований в области текстильной
и легкой промышленности Министерства образования и науки РФ.*

ISBN 978-5-7937-1212-5

© ФГБОУВО «СПбГУПТД», 2016

© Труевцев А.В., 2016

БУКВЫ ГРЕЧЕСКОГО АЛФАВИТА,
встречающиеся в тексте

<i>A α</i>	альфа	<i>N ν</i>	ни
<i>B β</i>	бэта	<i>Ξ ξ</i>	кси
<i>Γ γ</i>	гамма	<i>Ο ο</i>	омикрон
<i>Δ δ</i>	дельта	<i>Π π</i>	пи
<i>E ε</i>	эпсилон	<i>Ρ ρ</i>	ро
<i>Z ζ</i>	дзета	<i>Σ σ</i>	сигма
<i>Η η</i>	эта	<i>Τ τ</i>	тау
<i>Θ θ</i>	тета	<i>Υ υ</i>	ипсилон
<i>I ι</i>	иота	<i>Φ φ</i>	фи
<i>K κ</i>	каппа	<i>Χ χ</i>	хи
<i>Λ λ</i>	ламбда	<i>Ψ ψ</i>	пси
<i>M μ</i>	ми	<i>Ω ω</i>	омега

Предисловие по второму изданию

Предлагаемое Вашему вниманию учебное пособие представляет собой переработанное второе издание книги «Прикладная механика трикотажа», вышедшей в свет в 2001 году и предназначенной для студентов, изучающих одноименную дисциплину как составную часть основной образовательной программы подготовки инженера по специальности «Технология текстильных изделий».

Переход к двухуровневой системе высшего образования и перемещение данной дисциплины в учебный план подготовки бакалавров по направлению «Технологии и проектирование текстильных изделий» потребовало внесения некоторых коррективов в текст книги. Это вызвано как набором компетенций, осваиваемых отечественным бакалавром, так и опытом моего личного общения с выпускниками бакалавриата французских вузов, уже в течение ряда лет традиционно изучающих в СПбГУПТД дисциплину «Основы теории вязания» на кафедре технологии и художественного проектирования трикотажа (ТХПТ) в рамках второго (зарубежного) семестра магистратуры по программе академической мобильности.

Первые работы в области прикладной механики трикотажа были обобщены в 1969 году П. Гросбергом в широко известной книге «Структурная механика волокон, нитей и полотен» [1]. С тех пор опубликовано достаточное количество статей по этой проблеме, и настоящее учебное пособие призвано изложить существующее состояние вопроса кратко и в доступной форме.

При разработке лекционного курса и написании этой книги мне очень помогло общение с ведущими учеными в области механики и технологии волокнистых материалов – А. М. Сталевичем, В. Г. Тирановым, В. С. Екельчиком, Б. С. Михайловым, И. И. Штуттом, С. В. Ломовым, В. А. Зиновьевой, И. Г. Цитовичем, В. П. Щербаковым, которым я благодарен за внимание и плодотворные дискуссии. Особо хочу отметить роль проф. Л. П. Ровинской в развитии данного научного направления в Петербурге и формировании соответствующей школы на кафедре ТХПТ.

Считаю приятной обязанностью выразить искреннюю признательность Л. В. Нижельской, Н. Л. Михайловой, Н. Ю. Бусыгину, А. Е. Рединой и Л. В. Завьяловой, оказавшим мне неоценимую помощь в подготовке рукописи к печати.

А. В. Труевцев

ВВЕДЕНИЕ

Прикладная, или структурная, механика текстильных материалов является одной из интереснейших областей науки. Поведение текстиля под нагрузкой заставляет пересматривать многие общепринятые положения классической механики.

Если модуль упругости стали в курсе “Сопротивление материалов” считается безусловной константой при сжатии, растяжении и изгибе стального стержня, то модуль упругости волокна при растяжении на 20 – 40 % больше, чем при его изгибе. То же самое можно сказать о модуле упругости пряжи. Более того, большинство текстильных нитей даже при очень большом изгибе ведут себя как упругие тела, а уже при небольшом растяжении – как вязкоупругие.

Следует отметить, что и ткань, и трикотаж являются не “материалом” в прямом смысле этого слова, а конструкцией, компоненты которой связаны друг с другом силами трения. Характер фрикционного взаимодействия нитей в ткани и трикотаже очень чувствителен к виду переплетения, поэтому диаграмма растяжения полотна обычно сильно отличается от диаграммы растяжения образующей его нити. Трикотаж, помимо этого, в зависимости от уровня приложенной нагрузки может проявлять совершенно различные свойства, и обычно его диаграмма растяжения имеет ярко выраженный нелинейный характер, даже если полотно связано из упругой нити.

Для текстильных полотен, как правило, не соблюдается принцип независимости приложения сил: если растянуть образец трикотажа вдоль петельных столбиков, а затем вдоль петельных рядов, то результирующая деформация будет существенно отличаться от деформации, которую приобрел бы этот образец, нагруженный теми же силами, но в обратной последовательности. Можно сказать, что в прикладной механике текстильных материалов “от перемены мест слагаемых сумма меняется”. Это обстоятельство не позволяет применять к волокнистым материалам аппарат линейной теории упругости, положенной в основу традиционного курса “Сопротивление материалов”.

Данная книга опирается на аппарат нелинейной теории упругости, не налагающей никаких ограничений на пространственный изгиб тонкого стержня малой жесткости, которым и является нить, образующая петлю в структуре трикотажного полотна. К настоящему моменту прикладная механика трикотажа с успехом моделирует влияние свойств нити на технологические параметры полотен главных поперечновязанных (кулирных) переплетений, которые по-прежнему доминируют в ассортименте вязаной одежды и изделий технического назначения. Этому вопросу и уделено основное внимание в настоящем учебном пособии.

1. МЕТОДЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КУЛИРНОГО ТРИКОТАЖА

На самом деле, конечно, формула тем лучше, чем больше теоретических представлений вложено в нее, чем в меньшей степени она является эмпирической.

Я. Б. Зельдович [2, с. 45]

Проектирование параметров трикотажа – одна из основных инженерных задач технологии. Исторически сложилось несколько научных школ, работающих в этом направлении: классическая английская (базирующаяся на Университет г. Лидс), американская (специализирующаяся, в основном, на техническом трикотаже в рамках исследовательских программ ВВС США и НАСА) и российская (с центром в Москве). Все остальные трикотажные научные центры – ирландский (Дублин), южно-африканский (Порт-Элизабет), немецкие (Штутгарт, Хемниц, Дрезден), австралийский (Кенсингтон), индийский (Нью-Дели), японские (Киото, Осака) и восточноевропейские – тяготеют к одной из трех перечисленных. Это связано, как правило, с историческими традициями. Так, петербургский центр, созданный в 30-е гг. XX в. А. С. Далидовичем при участии Л. С. Мартынова, разумеется, развивает подходы московской школы, что нашло свое отражение в работах Л. П. Ровинской [3] – [5], О. И. Марисовой [6], Л. В. Шкуновой [7], Т. В. Чернышевой [8].

Различные методы определения взаимосвязи параметров структуры трикотажа можно разделить на две группы: эмпирические и теоретические. Самую раннюю зарегистрированную попытку систематизировать свойства трикотажа на основе экспериментальных данных предпринял Э.Томкинс в 1914 г. Именно он предложил таблицы и номограммы, связывающие толщину нити с классом машины, плотностью вязания, диаметр цилиндра машины с шириной полотна, ввел коэффициент соотношения плотностей $C = 0,8$ [9]. Обобщенные им данные представляют интерес и для современной технологии трикотажа. Следующим шагом в этом направлении были исследования П. Дойля [10] и Д. Мандена [11]. Они предложили связать длину нити в петле ℓ с петельным шагом A и высотой петельного ряда B через экспериментально определяемые коэффициенты ориентации нити вдоль геометрических осей петли

$$A = \frac{\ell}{K_w}, \quad (1.1)$$

$$B = \frac{\ell}{K_c}. \quad (1.2)$$

Однако главной заслугой Д. Мандена считается введение принципиально важного понятия о равновесном состоянии трикотажа. Сущность затронутой Д. Манденом проблемы заключается в том, что любой трикотаж (но, прежде всего, образованный пряжей из гидрофильных волокон) является весьма лабильной структурой, легко реагирующей на малейшие внешние воздействия, будь то механическое усилие или изменение температурно-влажностного режима*. Поэтому, говоря о геометрических ($K_w = \ell / A$, $K_c = \ell / B$) или технологических ($\ell, A, B, C, P_G, P_B, \rho_S$) параметрах трикотажа, имеют в виду его стабильное (энергетически устойчивое) состояние, в которое он стремится возвратиться после прекращения действия возмущающего фактора [13] – [16]. Для упомянутого стабильного состояния в отечественной литературе обычно употребляют термин “равновесное”, но чаще “условно-равновесное состояние” (УРС) [13], [14], а в зарубежной – *fully-relaxed state (FR)* (т. е. “состояние полной релаксации”) [17]. Существует целый ряд способов влажно-тепловой обработки, приводящих трикотаж в УРС (FR) [13] – [20]. Помимо этого состояния (FR), выделяют состояние полотна после отлежки (сухо-отрелаксированное состояние – *dry-relaxed state (DR)*) и состояние после однократного простого замачивания и высушивания – *wet-relaxed state (WR)*. Очевидно, что переход от DR к WR и далее к FR сопровождается усадкой полотна (табл. 1.1).

Таблица 1.1. Изменение геометрических параметров полотна переплетения “кулирная гладь” в процессе усадки (по Спенсеру [17])

Геометрический параметр полотна	Состояние полотна		
	DR (суровое)	WR (после замачивания и сушки)	FR (условно-равновесное)
$K_w = \ell / A$	5,0	5,3	5,5
$K_c = \ell / B$	3,8	4,1	4,2

Как следует из классических работ Д. Мандена [11], Дж. Нэптона [21], И. И. Шалова [13], геометрические параметры полотна, связанного из нетермопластичных нитей, определяются 1) длиной нити в петле (модулем петли), 2) линейной плотностью нити, 3) ее волокнистым составом, 4) коэффициентом крутки и 5) видом переплетения. При идентичности последних четырех параметров основные характеристики полотна A , B , C в условно-равновесном состоянии определяются исключительно длиной нити в петле

* Недаром Траутшольд называл текстильное производство «температурной промышленностью» [12, с. 44].

(ДНП). В работах [11], [13], [18], [21] особо подчеркивается, что, независимо от условий вязания, идентичность ДНП должна гарантировать и идентичность геометрических параметров полотна. Если этого не наблюдается, значит, полотно не приведено в равновесное состояние. Более того, по мнению Дж. Нэптона [21], критерием качества методики приведения полотна в равновесное состояние нужно считать совпадение коэффициентов соотношения плотностей в отрелаксированных образцах, которые были связаны при разных уровнях входного натяжения нити. Базируясь на этих постулатах, современная технология трикотажного производства считает, что условия вязания не могут влиять на геометрию петли в отрелаксированном полотне, ибо деформация растяжения нити, полученная при вязании, не может присутствовать в полотне, приведенном в УРС.

Поэтому выбор правильного соотношения между линейной плотностью нити и длиной нити в петле представлялся Д. Мандену исключительно важным. Анализируя обширный экспериментальный материал, он пришел к выводу о том, что указанные параметры должны быть связаны выражением

$$\ell = \frac{\sqrt{T}}{K},$$

где T – линейная плотность нити, текс; ℓ – длина нити в петле, мм; K – коэффициент плотности трикотажа, причем в высококачественном полотне $K=1,4..1,5$.

Таблица 1.2. Геометрические параметры петли кулирной глади в условно-равновесном состоянии (по литературным источникам)

Авторы	$K_w = \frac{\ell}{A}$	$K_c = \frac{\ell}{B}$	Волокнистый состав пряжи (нити)	Примечание
Бурнип и Саха [23]	4,29	5,46	Хлопок	кольцевая
— " —	4,74	5,76	— " —	ПМСП
Гоуэрс и Харт [24]	4,19	5,26	Хлопок. Шерсть. Акрил	—
Нэптон, Тратер и Азиз [25]	$4,23 \pm 0,1$	$5,54 \pm 0,2$	Хлопок	—
Нэптон и др. [21]	$4,15 \pm 0,04$	$5,77 \pm 0,1$	Шерсть	—
Лорд и др. [26]	4,21	5,47	Хлопок	ПМСП, низкая крутка
— " —	5,06	6,08	— " —	ПМСП, высокая крутка
Постль [19]	$4,0 \pm 0,1$	$5,2 \pm 0,1$	Шелк	—

— " —	$4,3 \pm 0,1$	$5,8 \pm 0,1$	Шерсть	—
-------	---------------	---------------	--------	---

Окончание табл. 1.2

Авторы	$K_w = \frac{\ell}{A}$	$K_c = \frac{\ell}{B}$	Волокнистый состав пряжи (нити)	Примечание
Спенсер [17]	4,2	5,5	—	—
Цитович и др. [22]	4,13	5,52	Хлопок	
Хепворс и Лиф [27]	4,0	5,4	—	—
Де Жонг и Постль [28]	4,03	5,26	—	—
Банерджи и Алай-бан [29, 30]	4,2 – 4,4	5,3 – 5,6	Хлопок	ПМСП

Эти результаты были подтверждены и другими исследователями [17], [18], [21], [22]. Теперь, зная величину ДНП, можно было по формулам (1.1) и (1.2) легко вычислить A и B равновесного полотна переплетения “кулирная гладь”. Как видно из табл. 1.2, к настоящему времени экспериментально определены коэффициенты K_w и K_c для разных видов пряжи, причем очевидно, что значения искомых коэффициентов весьма чувствительны не только к волокнистому составу пряжи, но и способу ее получения.

Параллельно с Манденом расчетно-экспериментальный метод проектирования параметров кулирной глади разрабатывал И. И. Шалов [13]. Он также рекомендовал задавать ДНП с учетом линейной плотности нити и оптимального линейного модуля петли σ .

$$\ell = \frac{\sigma \sqrt{T}}{31,6},$$

а затем вычислять A и B . Для хлопчатобумажного полотна им были получены выражения

$$A = 0,20\ell + 0,02\sqrt{T}, \quad (1.3)$$

$$B = 0,27\ell - 0,05\sqrt{T}, \quad (1.4)$$

а для шерстяного полотна

$$A = 0,19\ell + 0,04\sqrt{T}, \quad (1.5)$$

$$B = 0,25\ell - 0,05\sqrt{T}. \quad (1.6)$$

Легко видеть, что линейный модуль петли σ и коэффициент плотности K имеют одинаковый физический смысл. Зная величину σ или K , можно задать ДНП, с которой машина должна вырабатывать полотно. Контроль за ДНП на кругловязальной машине легко осуществить, измерив скорость потребления нити одной петлеобразующей системы

$$\ell = \frac{60000V_n}{H \cdot n}, \quad (1.7)$$

где ℓ – длина нити в петле, мм; V_n – скорость потребления нити, м/с; I – число игл в цилиндре машины; n – частота вращения цилиндра, мин⁻¹.

После этого по формулам (1.1) и (1.2) либо (1.3) – (1.6) рассчитываются ожидаемые технологические параметры полотна.

Главным достоинством эмпирического метода прогнозирования параметров трикотажа является высокая точность, но основным недостатком – невозможность экстраполяции получаемых зависимостей на другие виды сырья. К тому же подбор эмпирических зависимостей длителен и требует проведения большой экспериментальной работы, что в условиях массового появления новых видов сырья сужает сферу применения этого метода на практике.

Теоретические методы обычно менее точны, чем экспериментальные, но более универсальны. При теоретических разработках моделей петли используются 1) геометрические методы, в которых форма петли описывается совокупностью отрезков, дуг окружностей или эллипсов; 2) силовые методы, исходящие из положений нелинейной теории изгиба тонких упругих стержней, причем в этом случае петля может рассматриваться как находящаяся в равновесном состоянии, так и под действием растягивающих усилий; 3) энергетические методы, позволяющие вычислить форму петли за счет применения принципа Гамильтона.

Геометрические модели, рассматриваемые ниже, представляют собой описание формы петли как совокупности проекций на плоскость отрезков прямых, дуг окружностей и участков эллипсов. Нить в этих моделях идеализирована: толщина и деформационные свойства ее приняты одинаковыми на всех участках петли, а форма поперечного сечения нити принята за круг. Толщина нити охарактеризована средним диаметром d , определяемым по формуле

$$d = \frac{\lambda \sqrt{T}}{31,6}, \quad (1.8)$$

где λ – коэффициент, учитывающий вид перерабатываемой нити.

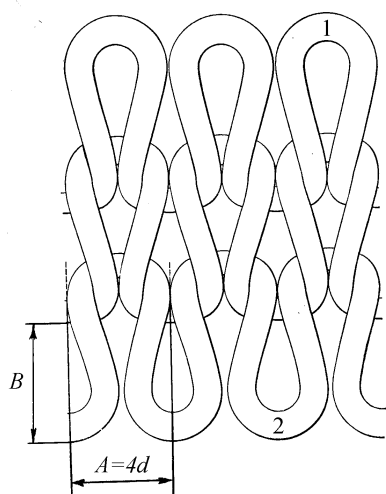


Рис. 1.1. Модель петли Томкинса

Отношение ℓ/d – геометрический модуль петли σ_r . Он связан с линейным модулем петли как $\sigma = \lambda \sigma_r$.

Основы геометрического метода заложил Э. Томкинс [9], предложивший для кулирной глади (рис. 1.1) соотношение $A = 4d$ и $C = B/A = 0,8$. Он же отметил, что даже специалисту не под силу отличить в отделанном полотне игольную дугу 1 от платинной дуги 2, тем самым постулировав симметричность формы петли (рис. 1.1).

Наиболее полно геометрический метод разработан проф. А. С. Далидовичем. Его работы 1933 – 1948 гг. по теории переплетений [31] – [33] демонстрируют глубокое проникновение в сущность геометрии структуры трикотажа. В качестве безразмерной характеристики структуры трикотажа, основываясь на геометрическом подобии петель, проф. А. С. Далидович предложил использовать геометрический модуль петли σ_r как отношение длины нити в петле ℓ к толщине нити, допуская, что при $\sigma_r = 15...20$ (при линейном модуле петли 20...25) в процессе изгиба нитей имеет место линейная упругая деформация (по закону Гука). Тогда в равновесном состоянии нить, изогнутая в петлю, должна иметь одинаковую кривизну на всех участках при одинаковой площади ее поперечного сечения. При этом нить будет стремиться выпрямить все участки петли и занять наибольшую площадь. Именно максимально возможная площадь, занимаемая петлей, положена А. С. Далидовичем в основу расчета идеальных параметров структуры трикотажа. Принимая форму кулирной петли за плоскую кривую, он выразил взаимосвязь между длиной нити в петле ℓ , петельным шагом A , высотой петельного ряда B и средним диаметром нити d уравнением вида

$$\ell = xA + yB + zd, \quad (1.9)$$

где x, y, z – теоретические коэффициенты, постоянные для определенного переплетения. Позднее И. И. Шалов отмечал, что при всех допущениях и условиях подход А. С. Далидовича является наиболее универсальным, ибо его геометрическая модель позволила вывести “общее уравнение, выражающее взаимозависимость параметров петли” [13, с. 14]. Добавим, что теорию А. С. Далидовича отличает красота особого рода. Очевидно, именно это обстоятельство позволяет ей до сих пор оставаться актуальной и применимой, ведь, как отметил Поль Дирак, “у теории, обладающей математической красотой, больше шансов быть правильной, чем у уродливой теории, подогнанной под некоторые экспериментальные факты” [34, с. 4]. Правильность модели А.С.Далидовича лишний раз подтверждается тем, что она является частным случаем силовой модели петли для идеально гладкой упругой нити [35].

Близкий к уравнению (1.9) физический смысл имеет формула для расчета длины нити в петле, выведенная в 1947 г. по геометрической модели Ф. Пирсом [36]. Анализ максимально плотного трикотажа (модель Д. Чемберлена), в котором игольные и платинные дуги петель соприкасаются между собой, позволяет получать длину нити в петле, выраженную только через средний диаметр нити: $\ell = 16,33 d$. Возможно также определение длины нити в петле через радиус игольной и платинной дуг, а также через угол между вертикалью (модель Г. Лифа и А. Глазкина) или горизонталью (модель В. Корлинского) и отрезком, соединяющим центры этих окружностей и проходящим через точку сопряжения их дуг. Модели Пирса, Чемберлена, Лифа-Глазкина и Корлинского подробно освещены в учебнике [37].

Простота и изящество модели кулирной глади А. С. Далидовича – наиболее универсальной из перечисленных – позволили развить ее и разработать методы расчета параметров производной глади, ластика, двуластика и рисунчатых переплетений [3] – [8], [31], [32], [37] – [40].

Однако результаты расчетов, проведенных по упомянутым выше двумерным геометрическим моделям, часто отличаются от опытных данных. Причина этого, главным образом, кроется в том, что при реальном взаимодействии петель в структуре трикотажа имеет место их изгибание в пространстве относительно друг друга. Пространственная конфигурация петли может существенно отличаться от проекции, что особенно характерно для плотных полотен. Так, в модели петли проф. А. С. Далидовича теоретически выведенный коэффициент соотношения плотностей для плоской петли кулирной глади составляет $C = \pi/4 = 0,785$ [31], что достаточно часто наблюдается на практике. Однако при расчете параметров полотна из традиционных видов пряжи обычно рекомендуют брать $C = 0,865$ [40], в противном случае длина нити в петле окажется заниженной по сравнению с реальным полотном. В чем же причина? Ответ ясен: величина $C = \pi/4$ описывает *проекцию петли на плоскость полотна*, так как модель А. С. Далидовича двумерная. Нить же представляет собой пространственную кривую, длина которой, конечно, больше ее проекции на плоскость полотна. Как видим, поправка на трехмерность реальной петли составляет около 10 % ($0,865 : 0,785 = 1,1$). На эти 10 % развертка петли на плоскость полотна должна быть больше проекции петли на эту же плоскость. Эта, по сути дела, эмпирическая поправка могла бы быть учтена в методе А. С. Далидовича так:

$$d = \frac{\lambda\sqrt{T}}{31,6},$$

$$A = 4d,$$

$$B = 0,785A,$$

$$B^* = 0,865A,$$

$$\ell = \frac{\pi}{2}A + 2B^* + \pi d,$$

$$\rho_s = \frac{\ell T}{AB},$$

где B – высота петельного ряда (расстояние между соответствующими точками соседних петель по вертикали *на проекции* петли на плоскость полотна), мм; B^* – меридиана петельной палочки (расстояние между соответствующими точками соседних петель по вертикали *на развертке* петли на плоскость полотна), мм; ρ_s – поверхностная плотность полотна, г/м².

Для кулирной глади из хлопчатобумажной, шерстяной и полшерстяной пряжи эта поправка позволяет добиться желаемой точности расчетов, однако проблема адекватного описания конфигурации петли, по-видимому, не может быть решена в рамках чисто геометрической теории без учета свойств нити, определяющих ее поведение под действием межниточных контактных сил.

Повышение требований к качеству вязаных изделий, стремление проектировать полотна с заданными свойствами способствовало появлению теоретических работ в области моделирования конфигурации петли с учетом сил, действующих на нить в структуре трикотажа.

Впервые пространственная модель петли как упругого стержня была предложена Г. Лифом [41] – [44]. В основе его модели (рис. 1.2) лежит эластика Эйлера – фигура, которую образует абсолютно упругий, прямолинейный стержень под действием сил, приложенных к его концам (рис. 1.3). Г. Лиф дал для модели вывод уравнения упругой линии нити [45]. В работах Лифа петля развернута на плоскости и представляет собой сочетание нескольких упругих кривых, плавно переходящих одна в другую. Уравнение равновесия нити решается с использованием связи между кривизной и кручением оси нити и соответствующими им моментами, действующими на элемент петли. Интегрирование проведено численными методами с введением ряда допущений и предположений, которые нарушают стройность теории и ведут к многозначности решения. Эта методика, к сожалению, не позволяет найти в явном виде связь между параметрами петли и силами, действующими на нее.

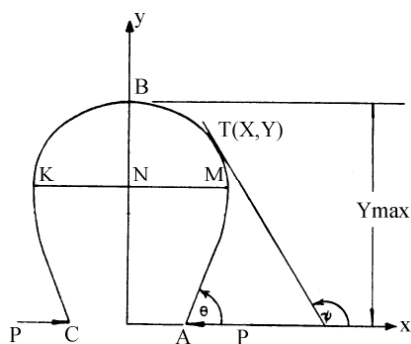


Рис. 1.3. Эластика Эйлера

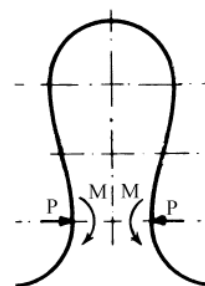


Рис. 1.2. Силовая модель петли Лифа

В работе Р. Постля и Д. Л. Мандена [46] конфигурация петли в “сухо-отрелаксированном” полотне (т. е. не подвергавшемся влажно-тепловым обработкам) определена как функция сил и моментов, действующих на петлю в трех измерениях при переплетении с соседними петлями. Допущено, что пряжа ведет себя как однородный стержень из упругого материала и имеет прямолинейную конфигурацию в естественном состоянии; пластическая деформация при изгибе нити в петлю отсутствует; после “сухой релаксации” (отлежки) растягивающие напряжения в пряже сохраняются. Изогнутая в форму петли нить стремится достичь своей естественной прямолинейной конфигурации, что порождает силы реакции, распределенные по всей области контакта соседних петель и замененные эквивалентной им силой, приложенной в геометрическом центре зоны контакта –

“точке переплетения” V (рис. 1.4, а). При этом петельная палочка рассмотрена как стержень малой жесткости при нелинейном изгибе. Игольная и платинные дуги представлены как результат чистого изгиба упругого стержня, нагруженного по концам равными силами. Решение проведено в эллиптических интегралах Лежандра первого и второго родов. Физический смысл угла β , введенного Р. Постлем и Д. Л. Манденом, раскрывается через соотношение

$$\beta = \arctg \mu,$$

где μ – статический коэффициент трения нити о нить.

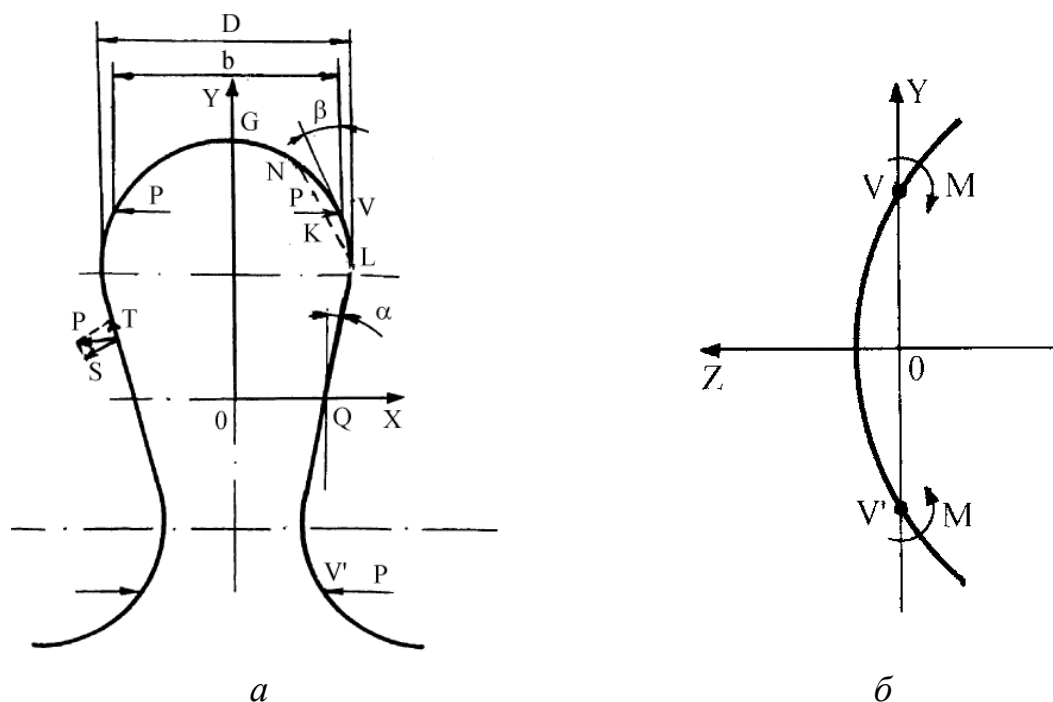


Рис. 1.4. Модель петли Постля – Мандена:
а – развертка петли на плоскость полотна;
б – прогиб петли относительно плоскости полотна

Согласно модели Постля – Мандена, после снятия с машины трикотаж усаживается за счет взаимного скольжения петель. На первом этапе происходит усадка и по горизонтали, и по вертикали, на втором –

усадка по вертикали и притяжка по горизонтали [16]. Легко видеть, что именно усадка по вертикали является атрибутом релаксации деформации трикотажа. Поэтому, согласно идее Постля – Мандена, взаимное скольжение нитей прекращается, когда угол между вертикалью и касательной к петле в точке переплетения V (рис. 1.4, а) станет равным углу трения нитей β .

Теория Постля – Мандена описывает сухо-отрелаксированное полотно (после вязания и отлежки) и представляет собой комплекс соотношений, связывающий между собой параметры петельной структуры, но не доводит ре-

шение до алгоритма расчета технологических параметров, т. е. не имеет прикладной направленности.

Структура трикотажного полотна в модели Постля – Мандена ориентирована относительно осей координат (*рис. 1.4, а* показаны осевые линии пряжи). Ось ОУ направлена вдоль петельного столбика, ось ОХ – параллельно линии петельного ряда. Предположим, что петельная структура лежит в плоскости ХОУ. Точки L и N являются точками пересечения пряжи. Точка К – центральная точка зоны переплетения петель – делит отрезок LN пополам [46].

Тенденция участка пряжи QG к восстановлению своей естественной неизогнутой конфигурации приводит к возникновению сил реакции, действующих на такой же участок соседней петли по всей области контакта LN и представляющих собой некоторую распределенную нагрузку. Допустим, что результирующая этой распределенной нагрузки должна создавать такой же эффект, как и локализованная сила Р, линия действия которой проходит через точку К параллельно оси ОХ. Точка V, являясь пунктом приложения локализованной силы Р к петле, называется “точкой переплетения” [46].

Особенностью сухо-отрелаксированных трикотажных полотен является то, что в пряже сохраняется натяжение, полученное в процессе переработки. Если допустить, что в каждой точке петли существует натяжение Т, действующее параллельно оси пряжи (*рис. 1.4, а*) и сдвигающее усилие S, действующее перпендикулярно оси пряжи, то результирующая будет действовать параллельно оси ОХ. С помощью этого аргумента в работе [46] обосновывается горизонтальность силы Р. Петля сохраняет свою форму благодаря действию указанных контактных межниточных сил. Прогиб петли относительно плоскости полотна возникает как результат действия изгибающих моментов М, приложенных в точках переплетения (*рис. 1.4, б*). Впрочем, методика расчета величины силы Р и момента М авторами не приводится.

Весьма важным следует считать выведенное в этой работе соотношение

$$\frac{P}{H} = \frac{8(\sin \alpha + \sin \beta)}{B},$$

где Р – контактная сила, сН; Н – жесткость нити при изгибе, сН·мм²; α – угол наклона петельной палочки к вертикали, град.; β – угол трения нити о нить, град.

Силовая модель петли Постля – Мандена точнее других отражает физическую суть сложного взаимодействия петель в полотне с учетом упругих свойств нитей, позволяет найти связь между параметрами структуры и силами, действующими в ней. Несомненным достоинством работы является то, что Постлю и Мандену удалось учесть влияние трения нити о нить на конфигурацию петли. К сожалению, модель петли Постля – Мандена имеет ряд недостатков: 1) дается оценка только параметрам сухо-отрелаксированных полотен, в то время как для практики интерес представляют геометрические па-

раметры полотна, находящегося в условно-равновесном состоянии; 2) чрезмерно упрощена схема прогиба петли относительно плоскости полотна (рис. 1.4, б); 3) теория дает комплекс соотношений, связывающих между собой параметры петельной структуры, но не содержит в явном виде алгоритма их расчета, что значительно затрудняет ее практическое применение.

Предложенный подход разрабатывался Р. Постлем и в дальнейшем, что нашло свое отражение в работах [47] – [49]. Упомянутая ограниченность решения была подвергнута критике в печати, но, вместе с тем, основные достоинства модели Постля – Мандена (четкий физический смысл, наглядность и простота концепции, изящество решения) признаны даже самыми строгими оппонентами [27], [50], [51].

В области моделирования параметров трикотажа [50], [52] свыше 20 лет работала Б.Хепворс. Наиболее широко известна ее первая совместная статья с Г. Лифом [50]. В работе сделано меньше математических допущений, чем в статье Постля – Мандена, однако Б. Хепворс и Г. Лиф во избежание чрезмерного усложнения модели вынуждены были пожертвовать влиянием трения нити о нить на конфигурацию петли. Думается, что это слишком большая и неоправданная жертва.

Вероятно, наиболее полную трехмерную модель, учитывающую физико-механические свойства пряжи и силовое взаимодействие между элементами структуры полотна в условно-равновесном состоянии, предложила группа ирландских ученых во главе с М. Макрори. К сожалению, изложение разработанной расчетной методики в статье [53] не совсем удачное. По сути дела, текст содержит постановку задачи и описание численных методов, примененных для ее решения. Несмотря на большой объем статьи информативность ее невелика; во всяком случае, воспроизвести процедуру расчета непосредственно по журнальному тексту читатель не может. Указаний на попытки расчетов по “ирландской модели” в периодической литературе найти не удалось, а ее авторы больше на эту тему статей в ведущих текстильных журналах не публиковали.

В работе М. Конопасека [54] отмечено, что форма петли определяется жесткостью нити при изгибе и кручении, а линейный модуль петли σ является основным комплексным показателем геометрических и физико-механических качеств трикотажа: плотности, толщины, прочности, растяжимости и массы. Кроме того, М. Конопасек выводит уравнение зависимости потенциальной энергии петли от характеристик структуры трикотажа, т. е. впервые в теории вязания применяет принцип Гамильтона. В работе М. Конопасека находят отражение два метода проектирования параметров трикотажа: силовой и энергетический. Впрочем, и эта модель имеет недостатки: петля рассматривается лежащей в плоскости, и в расчете не учитываются силы трения нити о нить.

Способ расчета сил, действующих на петлю со стороны соседних петель, путем экспериментального определения фактической формы петли, замены ее моделью, близкой по конфигурации, и рассмотрения модели как результата деформации первоначально прямолинейного стержня – нити, под действием некоторой принятой системы сил, применен в работе А. М. Бенцмана [55]. Им приближенно определены величины напряжений в петле и потенциальная энергия упругой деформации, по которой судят об устойчивости формы петли. В качестве модели оси нити принята комбинация из двух витков винтовой линии с правым и левым ходами, плавно переходящих один в другой, каждый из которых представляет, соответственно, правую и левую полупетли. Для осевой линии петли в пространстве такая форма соответствует винтовой линии. В работе [55] записано уравнение равновесия упругой линии, основанное на нелинейной теории изгиба тонких стержней.

Необходимо отметить, что в модели А. М. Бенцмана вся совокупность силовых факторов, действующих на петлю, сведена к двум моментам, в то время как в действительности на нить в петле действует значительно более сложная система сил. Несмотря на высокий теоретический уровень решения задачи А. М. Бенцман не сформулировал практической методики определения параметров полотна, что помешало его модели получить дальнейшее развитие. То же самое можно сказать и об аналогичной модели, предложенной Р. Пижановским [56].

Р. Постль в работах с С. Де Жонгом [28], [57], [58] решает задачу прогнозирования параметров трикотажа за счет применения принципа Гамильтона. В случае энергетического подхода многие допущения, принятые в силовой модели Постля – Мандена [46], оказались ненужными: природа контакта нитей, направление и точки приложения сил не были исходными данными для этого анализа. При этом Р. Постль и С. Де Жонг не заменяли распределенные нагрузки, действующие в области переплетения петель, сосредоточенными силами. Для решения поставленной задачи записаны уравнения формы петли, уравнения для сил и моментов, определяющих эту форму, условия минимума энергии и граничные условия. Общая энергия петли представлена суммой отдельных составляющих: энергии изгиба и кручения участка нити, энергии растяжения и поперечного сжатия нити.

Р. Постль и С. Де Жонг описывают петлю, находящуюся в условно-равновесном состоянии, минимумом внутренней энергии, при этом получают выражение для расчета межниточной силы Р

$$P = \frac{WH}{\ell^2}, \quad (1.10)$$

где ℓ – длина нити в петле, мм; Н – жесткость нити при изгибе, сН·мм²; W – коэффициент Постля.

Диапазон коэффициента W = 107...298 объясняется разной сжимаемостью различных нитей. Энергетический метод позволил определить форму

исследуемой петли и учесть природу контакта между нитями в петлях, в том числе и для случая “зажатой” структуры, в которой игольные дуги соседних петель соприкасаются между собой в направлении петельного ряда. Однако энергетический метод определения конфигурации петли Постля – Де Жонга до настоящего времени не нашел широкого практического применения по причине чрезмерной сложности получения результата даже для главных переплетений – кулирной глади и ластика $1 + 1$. Это связано со спецификой итерационного алгоритма расчета – при быстрой сходимости точность получаемого расчета невысока и не оправдывает сложности теории. Стремление повысить качество вычислительной процедуры требует “невероятно много времени” [28], особенно для ластика $1 + 1$.

Ластик $1 + 1$ традиционно представляет большую трудность для проектирования в силу его высокой растяжимости при малых нагрузках, а потому большому разбросу экспериментальных данных. Лишь в последние десятилетия с разработкой эффективных систем отделки и лабораторных методик приведения трикотажа в равновесное состояние [18] стала возможна надежная опытная проверка теоретических результатов. Первая геометрическая модель ластика была предложена Э. Томкинсом [9], полагавшим, что остов петли ластика неотличим от остова петли глади, а их параметры A и B одинаковы ($A_{\text{л}} = A_{\text{г}}$, $B_{\text{л}} = B_{\text{г}}$). Двадцать лет спустя А. С. Далидович [31] внес в расчет ластика существенное уточнение, обосновав необходимость использования соотношения $A_{\text{л}} = 5d$, в отличие от $A_{\text{г}} = 4d$, но сохраняя равенство $B_{\text{л}} = B_{\text{г}}$. Существенных сдвигов в проектировании ластика не было до 50-х гг. XX века, когда И. И. Шалов [13], [37] предложил эмпирические уравнения для расчета A и B :

в хлопчатобумажном трикотаже

$$A = 0,30\ell + 0,01\sqrt{T},$$

$$B = 0,28\ell - 0,04\sqrt{T}$$

и в шерстяном трикотаже

$$A = 0,25\ell + 0,04\sqrt{T},$$

$$B = 0,27\ell - 0,04\sqrt{T}.$$

Несколько позднее аналогичные уравнения для шерстяного трикотажа были получены Дж. Смирфитом [59]:

$$A = 0,350\ell - 0,009,$$

$$B = 0,192\ell + 0,020.$$

Первая силовая модель петли ластика $1 + 1$ была предложена в 1971 г. Нептоном и Вольфартом [60] (рис. 1.5) и базировалась на простейшей эластике Эйлера (см. рис. 1.3), т. е. следовала традиции классической английской школы (Лифа). Ценность интересного пространственного решения задачи была существенно снижена допущением о том, что в ластике игольные дуги соседних петель одной стороны полотна соприкасаются между собой.

Аналогичное допущение делает и Б. Хепворс [61]*. Это весьма странно, ибо повседневные наблюдения показывают, что обычно между игольными дугами петель ластика имеется просвет. Не случайно, что такой внимательный

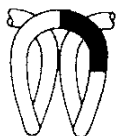


Рис. 1.5. Модель ластика 1+1
Нептона – Вольфарта

исследователь, как А. С. Далидович [31], постулируя идентичность остовов петли кулирной глади и ластика, тем не менее рекомендует в расчете ластика брать $A = 5d$, а не $A = 4d$, подчеркивая тем самым нетипичность зажатия ластика по горизонтали. Необходимо добавить, что и модель Нептона – Вольфарта, и модель Хепворс не учитывают трение переплетающихся нитей, хотя известно, что «всякое механическое воздействие на материал, осуществляемое через поверхность, обусловлено силами трения» [62, с. 3].

Приведенный выше обзор методов проектирования технологических параметров трикотажа, разумеется, не может считаться абсолютно полным и исчерпывающим тему. Причина этого заключается в том, что работы по совершенствованию и эмпирических, и теоретических методов расчета полотен продолжаются в целом ряде научных центров и ежегодно появляются новые публикации по данному вопросу. И это очень хорошо, ибо известно, что “все наши уравнения надо рассматривать как приближения, отражающие существующий уровень знаний, и воспринимать их как объекты для попыток усовершенствования” [34, с. 11].

* Эта картина обычно наблюдается в полотне после отделки. Однако такое полотно не всегда является равновесным, так как во многих случаях оно имеет вытяжку по длине и в нём $A < A_{урс}$.

2. СВОЙСТВА НИТЕЙ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ КОНФИГУРАЦИЮ ПЕТЛИ

2.1. Жесткость нити при изгибе

Инерция формы пряжи представляет несомненный производственный фактор, отзывающийся на качестве продукции... Естественно, что изучение жесткости пряжи должно представлять большой интерес в текстильном деле.

А. Г. Архангельский [12, с. 253]

2.1.1. Расчет жесткости нити при изгибе*

В настоящее время общепризнано, что для технологии трикотажа главным из механических свойств нитей является жесткость при изгибе. Этот параметр влияет не только на силовую картину петлеобразования [12], [18], [63] – [66], но и на конфигурацию получаемой петли [43] – [61].

Жесткость при изгибе H является физической характеристикой сопротивления нити изменению формы [67]

$$H = \frac{dM}{d\alpha}, \quad (2.1)$$

где M – изгибающий момент, действующий на элемент нити; α – кривизна средней линии нити.

Если рассматривается упругий линейный изгиб, то жесткость представляет собой коэффициент пропорциональности между изгибающим моментом M и кривизной средней линии нити α , при этом $H(\alpha) = \text{const}$.

Для сплошного упругого стержня жесткость при изгибе H выражается произведением модуля Юнга E (при растяжении) на осевой момент инерции I сечения стержня, т. е. $H = EI$. Но использовать это соотношение для расчета жесткости пряжи надо с большой осторожностью. Пожалуй, единственно возможный подход – рассчитать момент инерции распределения диаметра волокна, как это сделал Н. Ли [68]

$$I = \frac{\pi \cdot n}{64} \sum x^4 f(x),$$

где $f(x)$ – функция распределения диаметра волокна; x – диаметр волокна; n – число волокон в сечении пряжи.

* Материалы для написания п. 2.1.1 в распоряжение автора предоставил д-р техн. наук С. В. Ломов.

Для оценки жесткости при изгибе монопилей и элементарных волокон соотношение $H = EI$ записывают в виде [69]

$$H = \frac{\phi}{4\pi} \cdot \frac{E_{II} T^2}{\gamma^2}, \quad (2.2)$$

где T – линейная плотность монопилей или волокон; ϕ – фактор формы, пропорциональный моменту инерции сечения (для круга $\phi = 1$, для квадрата $\phi \approx 1,7$); γ – плотность материала монопилей или волокон; E_{II} – некоторый “эффективный” модуль растяжения при изгибе, отнесенный к линейной плотности T .

Для металлической проволоки $E_{II} = E$, а для различных текстильных волокон (элементарные волокна хлопка и шерсти, синтетические волокна) $E_{II} = (0,8..2)E$, для синтетических монопилей $E_{II} = (1,0..1,3)E$. Это различие E_{II} и E вызвано неоднородностью свойств волокна по его толщине, ибо при изгибе основной вклад в сопротивление вносят наружные слои волокна, а при растяжении – все слои.

Из соотношения (2.2) видно, что жесткость при изгибе элементарных волокон и монопилей пропорциональна T^2 или d^4 , т. е. очень быстро растет с увеличением диаметра волокна. При рассмотрении изгиба нити, состоящей из большого числа элементарных нитей и волокон, различают два крайних случая. В первом случае (I) элементы нити деформируются независимо друг от друга и суммарное сопротивление изгибу H_{Σ} равно сумме сопротивлений

$$H_{\Sigma}^I = nH_0, \quad (2.3)$$

где H_0 – жесткость при изгибе одного элементарного волокна; n – число элементарных волокон.

Во втором случае (II) элементы нити как бы “приклеены” друг к другу и представляют одно целое. Тогда комплексная нить линейной плотности T_{Σ} имеет жесткость при изгибе

$$H_{\Sigma}^{II} = \frac{\phi_{\Sigma}}{4\pi\gamma^2} T_{\Sigma}^2 E_{II} = \frac{\phi_{\Sigma}}{4\pi\gamma^2} n^2 T_0^2 E_{II} = \frac{\phi_{\Sigma}}{\phi_0} n^2 H_0. \quad (2.4)$$

Здесь соотношение факторов формы для составного сечения ϕ_{Σ} и для круглого сечения ϕ_0 находится в пределах $0,6..0,9$ [68]. Таким образом, эти две модели приводят к совершенно различному характеру зависимости $H(n)$ – в первом случае жесткость при изгибе H пропорциональна n , во втором – n^2 . В действительности для комплексных химических нитей малой крутки ситуация близка к модели (I) и соответствующая формула (2.3) имеет практическое значение, так как для комплексной нити из технических условий обычно известно и число элементарных волокон n , и их параметры для вычисления H_0 (линейная плотность, объемная плотность, форма сечения и модуль растяжения).

Оценить жесткость при изгибе пряжи методами структурной механики можно, рассматривая случай (I) изгиба волокон в пряже независимо друг от друга, т. е. используя формулу (2.3), в которой количество n элементарных волокон диаметра d и плотности γ определяют как [70]

$$n = \frac{4T_{\Sigma}}{\gamma \pi d^2}, \quad (2.5)$$

а жесткость одного элементарного волокна рассчитывают по формуле

$$H_0 = E \frac{\pi d^4}{64}.$$

Чтобы приблизить модель (2.3) к реальной картине изгиба элементарных волокон в пряже, вводят корректировочные коэффициенты [68], [70]: коэффициент влияния вариации диаметра волокон C_1 (находится в пределах 1,28...1,38 для волокон с диаметром 19...32 мкм); коэффициент влияния крутки C_2 (составляет 0,95...0,75 при угле крутки 15...35); коэффициент, учитывающий эллипсовидность сечения волокна C_3 (для шерсти равен 0,96) и коэффициент, учитывающий длину волокна, принимающую участие в изгибе C_4 (для шерсти равен 0,98).

Поскольку формулой (2.3) и корректировочными коэффициентами $C_1 \dots C_4$ не учитываются условия контакта элементарных волокон в пряже, то результаты вычислений могут служить лишь ориентировочной оценкой жесткости пряжи при изгибе и только одиночной пряжи. Для крученой пряжи значение жесткости при изгибе, рассчитанное по (2.3), может отличаться от экспериментального в 2,5 раза [68]. Многочисленные попытки рассчитать совместный изгиб элементарных волокон с учетом их взаимодействия в пряже не привели пока к практически значимым результатам [71]. Жесткость при изгибе пряжи, особенно крученой, необходимо измерять. Впрочем, в работе [71] наглядно продемонстрировано, что сказанное выше не должно создавать впечатления, будто для моноплетей и комплексных нитей можно ограничиться расчетом – разброс значений “изгибного” модуля растяжения и присутствующее в комплексной нити трение между элементарными волокнами делают формулы (2.2) и (2.3) скорее оценочными, нежели расчетными.

2.1.2. Измерение жесткости нити при изгибе*

Методы определения жесткости нитей и полотен сводятся к измерению прогиба образца под действием собственного веса либо заданного (или регистрируемого) усилия [72], [73]. В мировой практике наиболее широко известен прибор Дж. Оуэна, содержащий подвижный и неподвижный зажимы для

*Измерения жесткости нити выполнялись при участии Г. Г. Иванова, В. Г. Кивипелто, О. А. Лысенко и С. В. Поляковой.

закрепления ткани или нескольких нитей и создающий условия чистого изгиба [74]. Он также позволяет записывать диаграмму изгиба образца [75]. На этом приборе проводились обширные исследования жесткости нитей [76]. Вместе с тем, чувствительность прибора Оуэна, предназначенного, в первую очередь, для испытания тканей, была недостаточна для измерения жесткости тонкой пряжи. Совершенствование прибора Оуэна привело к созданию прибора С. Кавабаты [77], принципиально не отличающегося от прототипа [75]. Прибор Кавабаты KES-FB-2 широко применяется для испытаний как традиционных текстильных нитей [70], [74], так и хирургических шовных материалов [75].

В России широко известен тензометрический прибор ИЖ-3 конструкции В. М. Лазаренко, работающий по принципу изгиба консольного образца и регистрации возникающего усилия на ленте светолучевого осциллографа [80] – [82]. Он позволяет получить зависимость $H = f(\alpha)$ и чутко реагирует не только на изменение волокнистого состава или крутки пряжи, но и на степень ее парафинирования [64], [83]. Чувствительность прибора ИЖ-3 ограничена лишь возможностями тензодатчиков и гальванометра, которые весьма широки.

Несмотря на схожесть методов измерения жесткости нитей при изгибе получаемые разными исследователями результаты часто различаются в несколько раз [71]. Это можно объяснить, прежде всего, двухстадийностью процесса изгиба пряжи (нити). При изгибе пряжи происходит одновременный изгиб элементарных волокон и их смещение с трением друг о друга, при этом различают две стадии: на первой элементарные волокна изгибаются без смещения, а на второй трение уже не может удержать волокна и момент сопротивления нити изгибу определяется и сопротивлением волокон изгибу, и их взаимным трением. Поэтому на практике желательно пользоваться только теми экспериментальными данными, в которых указана достигнутая в опыте кривизна (или радиус изгиба) либо получена зависимость изгибающего момента от кривизны, которая, как правило, нелинейна [84].

Степень упомянутой нелинейности для нитей, наиболее часто применяемых в трикотажном производстве, может быть проиллюстрирована диаграммами их изгиба, полученными в результате измерений на приборе ИЖ-3. Легко видеть, что в интересующем технолога диапазоне кривизны $0,1 \dots 0,3 \text{ мм}^{-1}$ [35] нелинейность диаграмм крайне мала (*рис. 2.1*) и зависимость $M = f(\alpha)$ может быть аппроксимирована адекватным линейным уравнением. Принимая во внимание формулу (2.1), можно сделать вывод, что в инженерных расчетах прикладной механики трикотажа жесткость нити при изгибе может быть принята за константу.

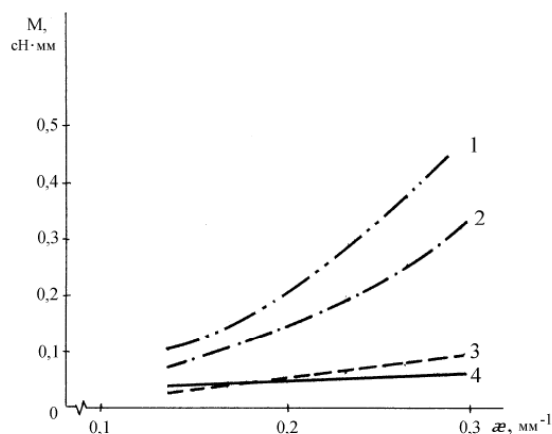


Рис. 2.1. Зависимость изгибающего момента от кривизны образца нити:

1 – полушерстяная пряжа; 2 – высокообъемная ПАН пряжа;
3 – текстурированная капроновая нить “эластик”; 4 – хлопчатобумажная пряжа

К числу первичных факторов, определяющих жесткость, проф. А. Г. Архангельский [12] относит природу волокна, линейную плотность и способ получения нити. Как показали многолетние исследования, проводившиеся в СПбГУПТД, увеличение вложения нитрона в полушерстяную пряжу приводит к повышению ее жесткости. Отмечено, что вложение коротковолокнистого (котонизированного) льна и вискозного волокна в хлопчатобумажную пряжу повышает ее жесткость, а вложение лавсана – снижает. Это следует принимать во внимание при пользовании *табл. 2.1*, где для смешанной пряжи указан диапазон значений жесткости. Опыты также показали, что между линейной плотностью пряжи и ее жесткостью имеется линейная зависимость при фиксированном коэффициенте крутки. С учетом последнего обстоятельства способность нити сопротивляться изгибу можно охарактеризовать удельной жесткостью. В *табл. 2.1* приведены значения удельной жесткости наиболее характерных для трикотажной промышленности видов пряжи и нитей с коэффициентом крутки, рекомендуемым для вязания [40]. Интересно отметить, что при увеличении крутки жесткость пряжи практически не изменяется, но по достижении некоторого значения крутки жесткость начинает резко возрастать. Как показали эксперименты, именно этот уровень скрученности занесен в справочник трикотажника [40] в качестве допустимого максимума коэффициента крутки. Примечательно, что указанный предел $\alpha_{T \max}$ найден промышленностью в процессе длительных практических повседневных наблюдений за работой трикотажных машин с целью оценить вязальные способности пряжи, а не путь оценки ее изгибной жесткости, которая не является стандартизированной характеристикой пряжи и не измеряется на производстве.

При расчете параметров трикотажа следует также иметь в виду, что отбелка и крашение полотна увеличивают жесткость пряжи, из которой оно связано, на 20...25 % при использовании традиционных смягчителей (например, стеарокса). Однако применение прогрессивных технологий позволяет снизить этот нежелательный прирост жесткости вдвое.

Полученные на приборе ИЖ-3 значения жесткости согласуются с данными, полученными зарубежными исследователями на приборах Оуэна и Кавабаты [78].

Таблица 2.1. Жесткость при изгибе наиболее распространенных видов нитей*

Вид нити	Волокнистый состав**	Удельная жесткость при изгибе, сН·мм ² /текс
Пряжа кольцевого способа прядения одиночная	Хлопок.	0,008...0,009
	Хлопок +сиблон.	
	Хлопок+лавсан.	0,008...0,011
	Хлопок+лен.	0,013...0,015
	Вискоза+лен.	0,013...0,018
	Лавсан+лен	0,012...0,015
То же, крученая	Хлопок.	
	Хлопок +сиблон.	
	Хлопок+лавсан.	0,012...0,017
	Шерсть.	0,008...0,012
	Шерсть+нитрон.	0,011...0,019
	Нитрон.	0,022
	Шерсть+акрил	0,009...0,014
Пряжа пневмомеханического способа прядения одиночная	Хлопок.	0,011
	Шерсть	0,012
То же, крученая	Хлопок.	0,012
	Хлопок+лен.	0,012...0,015
	Вискоза+лен	0,020
Высокообъемная пряжа стабилизированная	Нитрон	0,014...0,016
То же, нестабилизированная	— " —	0,024...0,026
Пряжа комбинированная пневматического способа формирования	Нитрон (покрытие) + лавсан/капрон (стержень)	0,014...0,017
Комплексная нить	Вискоза.	0,021
	Лавсан	0,031...0,039
Текстурированная нить “эластик”	Капрон	0,017

* Жесткость при изгибе нитей, редко используемых в трикотажном производстве, вынесена в приложении А.

** В смешанной пряже содержание шерсти не более 50 %, коротковолокнистого (котонизированного) льна – не более 30 %.

2.2. Фрикционные свойства нити

Из всех факторов, обуславливающих величину силы трения, наиболее существенным наряду с природой поверхности является давление.

И. В. Крагельский [62, с. 50]

Начиная с работ Леонардо да Винчи 1508 г. в науке господствовало представление о том, что сила трения прямо пропорциональна давлению. Этот тезис в 1699 г. был обобщен Амонтоном в формуле

$$\mu = \frac{T}{P}, \quad (2.6)$$

где T – сила трения; P – сила нормального давления; μ – коэффициент трения. Амонтон полагал, что коэффициент трения не зависит от размера соприкасающихся поверхностей и величины давления. Однако уже в 1775 г. аббат Боссю обнаружил, что для малых давлений коэффициент трения больше, чем для средних и больших давлений. Он также констатировал влияние размера поверхности на величину силы трения. Наблюдения Боссю были проверены Кулоном. В результате обширных экспериментов он получил в 1809 г. очень важное соотношение, называемое законом Кулона,

$$T = A + \mu P, \quad (2.7)$$

где A – константа, зависящая от сцепленности поверхностей.

Легко видеть, что закон Кулона отражает двойственную природу трения: первый член уравнения (2.7) зависит от сцепленности поверхностей, а второй – от давления. Таким образом, закон Амонтона (2.6) является частным случаем закона Кулона [62].

Б. В. Дерягин, один из авторов молекулярной теории трения, показал, что

$$A = RS,$$

где R – равнодействующая сила молекулярного притяжения на единице площади фактического контакта; S – площадь фактического контакта трущихся поверхностей.

В обобщенном виде закон Кулона приобретает следующий вид [62]:

$$\mu = \frac{A}{P} + \frac{\varphi(P)}{P},$$

где $\varphi(P)$ – функция трения скольжения, имеющая вид, представленный на рис. 2.2.

При достаточно большой сцепленности трущихся поверхностей (что и имеет место при взаимном скольжении волокнистых материалов) коэффици-

ент трения оказывается монотонно убывающей функцией силы нормального давления (*рис 2.3*).

Коэффициент трения нити о нить является очень важной характеристикой сырья для вязания. Этот параметр нити оказывает большое влияние на перетяжку нити из старых петель при вязании, на условия протекания сбрасывания и формирования петель. При проектировании технологических параметров трикотажа обычно пользуются не коэффициентом трения μ , а его арктангенсом, называемым углом трения β

$$\beta = \text{arctg}(\mu) .$$

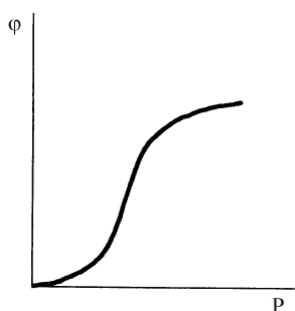


Рис. 2.2. Функция трения скольжения (по И. В. Крагельскому [62])

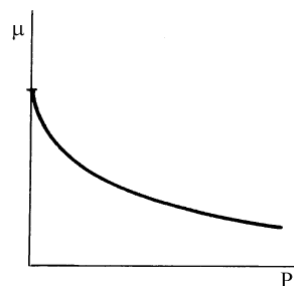


Рис. 2.3. Влияние силы нормального давления на μ трущихся пар с большой сцепленностью

Физический смысл угла трения поясняется на *рис. 2.4*: тело начинает скользить по поверхности, когда угол ее наклона возрастает до величины β . И наоборот, тело прекращает скольжение, когда угол наклона поверхности снижается до величины β .

При расчете формы петли в трикотаже нужно знать β (см. *рис. 1.4*), определяемый при действии контактной силы P . Как будет показано ниже, контактная сила – это сила нормального давления нити на нить. Формулу (1.10) можно переписать как

$$P = \frac{1000Wh}{\sigma^2}, \quad (2.8)$$

где h – удельная жесткость нити при изгибе, сН·мм²/текс; σ – линейный модуль петли.

Несмотря на разнообразие жесткости и линейной плотности сырья для получения кулирного трикотажа, как правило, величина $h = 0,010...0,020$ сН·мм²/текс (см. *табл. 2.1*), а $\sigma = 20...24$. Простой расчет по формуле (2.8) показывает, что нить, пригодная для получения полотна с приемлемыми структурными параметрами, испытывает в петле нагрузку не более 4 сН.

Статический угол трения нити о нить определяется на установке типа “наклонная плоскость” с нанесением на нее насечек для равномерного навивания 10 параллельных нитей “основы”, а также комплекта грузов весом 1, 2, 3, 4 Н, каждый из которых имеет такие же насечки для навивания “утка”. При проведении испытаний груз устанавливается таким образом, чтобы нити “утка” были перпендикулярны нитям “основы” для воспроизведения условия переплетения нитей

в петле кулирного трикотажа. Как следует из работ [28], [85], угол между ними равен приблизительно 90° . Понятно, что на установке возникает $10 \times 10 = 100$ пересечений нитей и на каждое приходится усилие 1, 2, 3 или 4 сН в зависимости от выбранного груза. Изменяя величину груза, можно получить очень важную зависимость $\beta = f(P)$ для исследуемого вида сырья.

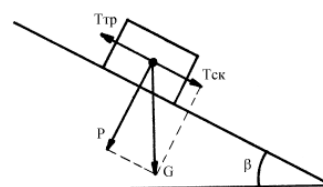


Рис.2.4. Установка типа “наклонная плоскость”:

$T_{тр}$ – сила трения; $T_{ск}$ – сила, заставляющая груз скользить по наклонной плоскости; P – сила нормального давления; G – вес груза

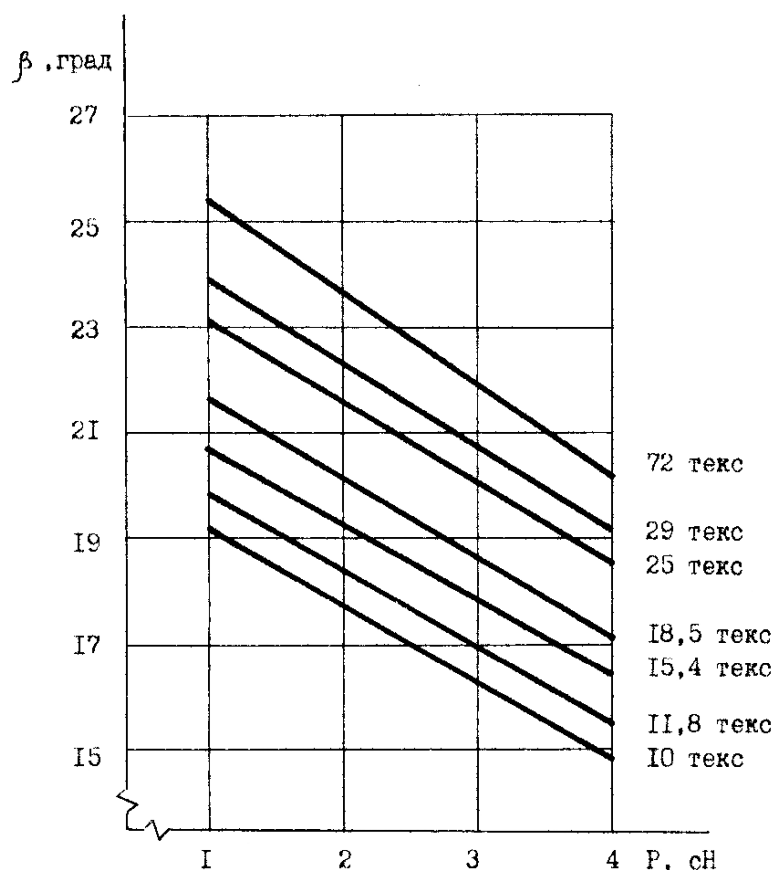


Рис. 2.5. Влияние линейной плотности и нагрузки на угол трения хлопчатобумажной пряжи

Влияние линейной плотности пряжи на статический угол трения может быть показано на примере. Из рис. 2.5 ясно, что рост линейной плотности

пряжи приводит к увеличению угла трения. Этот факт можно объяснить тем, что более толстая пряжа в месте соприкосновения нитей создает большую контактную поверхность и тем самым увеличивает суммарное сопротивление скольжению. Рост нагрузки приводит к снижению угла трения пряжи о пряжу, что и следует ожидать для пар с высокой степенью сцепленности поверхностей (см. *рис. 2.3*).

Легко видеть, что интенсивность падения угла трения одиночной хлопчатобумажной пряжи при росте силы нормального давления в диапазоне $P = 1 \dots 4$ сН остается постоянной и характеристика $\beta = f(P)$ (*рис. 2.5*) может быть аппроксимирована линейным уравнением. Подобная картина наблюдается у большинства видов пряжи и нитей, перерабатываемых в трикотажном производстве. Исключение составляет смешанная полушерстяная пряжа, содержащая ПАН волокна (нитрон, акрил): для нее характерно резкое падение β в диапазоне нагрузок $1 \dots 2$ сН/нить. Поэтому для такой пряжи экспоненциальная зависимость дает лучшее приближение, чем линейная. Для остальных видов пряжи и нитей в рассматриваемом диапазоне нагрузок ($1 \dots 4$ сН/нить) такая тенденция не выявлена, поэтому можно предположить, что обнаруженный факт является следствием рыхлости структуры пряжи из шерсти и шерstopодобных синтетических волокон.

Следует отметить, что при увеличении диапазона нагрузок зависимость $\beta = f(P)$ практически для любой пряжи приобретает экспоненциальный характер (см. *рис. 2.3*).

Зависимость угла трения полушерстяной пряжи приведена на *рис. 2.6*. Часто трудно формализовать влияние процессов получения пряжи (фрикционные характеристики однотипной пряжи от разных изготовителей обычно несколько различаются), поэтому кривые на *рис. 2.6* заменены полосами, в которые укладываются индивидуальные зависимости $\beta = f(P)$ для конкретного образца пряжи. Как правило, кривые для пряжи с меньшим содержанием шерсти располагаются в верхней части полосы. Примеры вынесены в *приложение Б*.

Важную роль в данном вопросе играет сжимаемость пряжи: чем легче деформируется материал, тем чувствительнее его коэффициент трения к изменению силы нормального давления. Например, повышенная уплотненность структуры крученой хлопчатобумажной пряжи обуславливает весьма низкий угол трения по сравнению с одиночной пряжей. Более того, его величина в

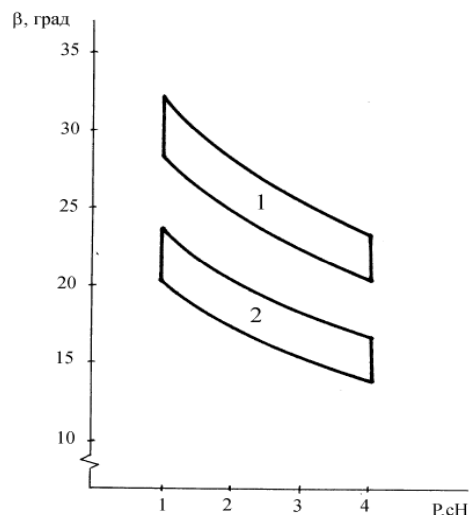


Рис. 2.6. Влияние нагрузки на угол трения полушерстяной пряжи линейной плотности 60...80 текс

рассматриваемом (технологическом) диапазоне нагрузок практически оказывается константой (табл. 2.2). Это объясняется очень высоким коэффициентом

Таблица 2.2. Угол трения крученной хлопчатобумажной пряжи в диапазоне нагрузок 1...4 сН/нить

Линейная плотность пряжи, текс	Угол трения, град.
7,5×2	12,4
10×2	12,8
11,8×2	13,1
25×2	16,2

крутки ($\alpha_T = 28...30$) крученной хлопчатобумажной пряжи [40]. Для крученной пряжи из других волокон, коэффициент крутки которой обычно существенно ниже ($\alpha_T = 15...20$) и пряжа не имеет столь уплотненной структуры, угол трения при росте силы нормального давления снижается, и наблюдаются те же закономерности, что и для одиночной пряжи.

3. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ – ОСНОВА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ ТРИКОТАЖА

Мир, в котором мы живем, удивительно нелинеен. Конечно, это делает нашу жизнь сложнее, но зато интереснее, перспективнее, освобождает нас от чувства монотонности, вселяет в нас оптимизм.

В. Э. Шляпентох*

3.1. Основные положения нелинейной теории упругости

Линейная теория упругого изгиба стержня, которая положена в основу классического курса “Сопротивление материалов”, базируется на предположении о малости перемещений точек стержня по сравнению с его длиной, причем прогиб, как правило, линейно зависит от величины внешней силы. Именно такие случаи рассматриваются в задачах строительной механики. Например, изгиб силой P консольно закрепленной балки приводит к ее прогибу и вертикальному смещению концевой точки 1 на величину y_1 (рис. 3.1). Эта ситуация в сопроамте [67] описывается формулой



Рис. 3.1. Изгиб жесткой балки

* Цит. по кн. [86, с. 202].

$$y_1 = \frac{PL^3}{3H}, \quad (3.1)$$

где L – длина балки, равная $|01_0|$; H – жесткость балки при изгибе.

Из формулы (3.1) следует, что величина силы P связана с прогибом балки y_1 **линейно**. Поэтому наука, называемая в инженерной практике “сопроматом”, является **линейной** теорией упругости. Иначе говоря, при увеличении изгибающей силы в два раза мы наблюдаем удвоение прогиба балки. Это абсолютно справедливо, если речь идет о достаточно жестких конструкциях и прогиб балки не превышает 3 % ее длины ($y_1 \leq 0,03L$). Однако в технике часто встречаются конструкции (пружины, рессоры), в которых стержень или тонкая полоска сильно изгибаются при работе материала в пределах упругости. В них наблюдается существенно нелинейная зависимость перемещений точек стержня от величины внешних сил, хотя деформации самого материала стержня остаются малыми, и поэтому он работает упруго.

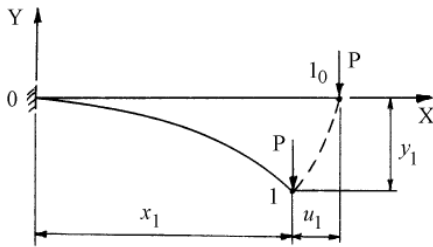


Рис. 3.2. Изгиб стержня малой жесткости

Действительно, если мы нагрузим изгибающей силой P консоль, представляющую собой слесарную металлическую линейку (рис. 3.2), то она прогнется, причем для весьма большого прогиба y_1 будет достаточно совсем небольшого изгибающего усилия. При этом крайняя точка 1 получит не только смещение по вертикали y_1 , но и смещение по горизонтали u_1 . Эту ситуацию со-

прогат не рассматривает, ибо строительные конструкции и детали машин не предусматривают таких прогибов как раз потому, что они должны обладать **большой жесткостью**. Приведенная в качестве примера металлическая линейка – это типичный “стержень малой жесткости”, который при разгрузке восстанавливает свою исходную форму, т. е. сохраняет упругие свойства. Такой стержень и является главным объектом **нелинейной** теории упругости. В ней всегда зависимости $y_1 = f_1(P)$ и $x_1 = f_2(P)$ (так называемые статические характеристики стержня) имеют **нелинейный** характер и их расчет представляется достаточно сложным. Так, удвоение силы P , как правило, не приводит к удвоению величин u_1 и y_1 .

Краеугольным камнем сопромата является принцип независимости действия (суперпозиции) сил [67]. Он состоит в том, что если сила P вызывает прогиб балки y_1 (рис. 3.3, а), а сила P' – прогиб y_1' (рис. 3.3, б), то совместное действие обеих сил на данную балку даст суммарный прогиб $y_\Sigma = y_1 + y_1'$ (рис. 3.3, в). Понятно, что вследствие нелинейности статической характеристики стержня в нелинейной теории упругости этот принцип не соблюдается.

Первые работы в области теории изгиба тонкого упругого стержня проводились А. Лявом в Великобритании. Его фундаментальный труд “Математическая теория упругости” вышел в свет в 1926 г., а уже девять лет спустя был напечатан русский перевод книги [87]. Можно без преувеличения сказать, что основная заслуга в распространении идей Лява и развитии его теории принадлежит Г. А. В. Лифу [45] и Е. П. Попову [88], [89]. Исследования последнего и положены в основу прикладной механики трикотажа.

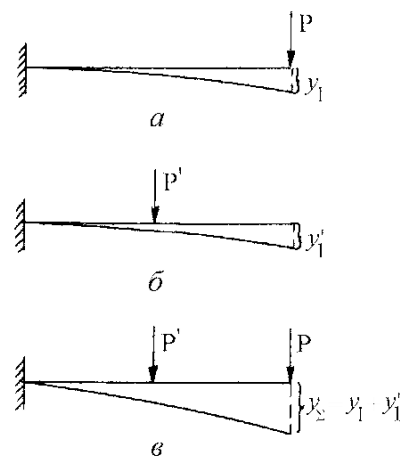


Рис. 3.3. Независимость действия сил при изгибе жесткой балки:
а – сила приложена на конце балки;
б – сила приложена в середине балки;
в – совместное действие обеих сил

3.2. Особенности действия сил, вызывающих большие перемещения при изгибе

В нелинейной теории упругости [89] не накладываются ограничения на изменение конфигурации упруго изогнутой продольной оси стержня (сокращенно – **упругой линии** стержня). Поэтому, в отличие от сопромата, здесь нельзя заранее определить реакции опор. Все опорные реакции – и силы, и моменты – будут существенно зависеть от перемещений стержня при изгибе. Поэтому все задачи нелинейной теории упругости будут статически неопределимыми. Это видно на примере консоли. Если для жесткой строительной балки (см. рис. 3.1) момент в месте заделки (в точке 0) составляет $M_0 = PL$, то для гибкого стержня (см. рис. 3.2) он составляет $M_0 = P(L - u_1) = Px_1$.

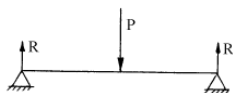


Рис. 3.4. Реакции опор жесткой балки

В привычной для сопромата ситуации, где рассматривается жесткая балка, свободно лежащая на опорах, реакция опоры всегда вертикальна (рис. 3.4), а ее величина равна $R = P/2$.

Теория нелинейного изгиба рассматривает другие случаи. Например, гибкий стержень, свободно лежащий на опорах (рис. 3.5) и нагруженный вертикальной силой P , будет проскальзывать по опорам, и его рабочая длина станет расти по мере увеличения прогиба. Сила реакции каждой из опор R будет поворачиваться, сохраняя перпендикулярность к касательной в точке 1. Очевидно, что реакция опоры составит

$$R = \frac{P}{2 \cos \vartheta_1}.$$

Легко видеть, что в подобных задачах очень удобно использовать симметрию. В данном случае (рис. 3.5) задача упрощается при рассмотрении не всего стержня, а его половины 01. Этот подход будет применен в разд. 4 при описании конфигурации петли, он же положен в основу метода конечных элементов (МКЭ), которым пользуются при расчете прочности объектов сложной формы [90].

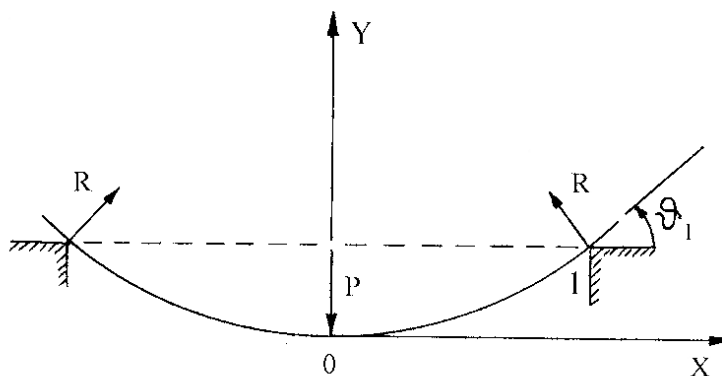


Рис. 3.5. Реакции опор гибкого стержня

При большом изгибе не только реакции опор, но и сами внешние силы могут изменять свое направление. При этом закон перемещения вектора внешней силы сам зависит от перемещений стержня. Обычно различают три варианта перемещения вектора силы:

– **поступательное перемещение**, при котором ее вектор перемещается параллельно самому себе (см. рис. 3.2);

– **следящее перемещение**, при котором вектор силы сохраняет постоянный угол с направлением упругой линии стержня в точке приложения силы (рис. 3.6);

– **общий случай**, при котором перемещение вектора силы не может быть отнесено к первым двум.

В каждом варианте точка приложения силы может быть связана с определенной точкой упругой линии или скользить вдоль упругой линии. Это зависит от условий конкретной задачи.

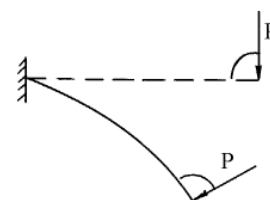


Рис. 3.6. Следящее перемещение силы

3.3. Конфигурация упругой линии

3.3.1. Кривизна упругой линии

Как уже отмечалось выше, небольшая толщина и малая изгибная жесткость стержня позволяют получать большой прогиб стержня, соизмеримый с

его длиной, при малых напряжениях. Поэтому в любом малом объеме стержня (с размерами порядка его толщины) деформации малы и поведение материала подчиняется закону Гука.

Поскольку в каждом малом элементе стержня имеют место малые деформации, то к ним со всей строгостью применимы уравнения теории упругости. Точное уравнение равновесия изогнутого стержня будет выглядеть

$$\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_0 = \frac{M}{H}, \quad (3.2)$$

где M – изгибающий момент; H – жесткость стержня при изгибе, равная произведению модуля упругости E на момент инерции поперечного сечения стержня I ; $\mathfrak{a}$ – кривизна изогнутого стержня; $\mathfrak{a}_0$ – начальная кривизна стержня до приложения нагрузки (для прямолинейного стержня $\mathfrak{a}_0 = 0$).

Физический смысл кривизны раскрывается через соотношение $\mathfrak{a} = 1/\rho$, где ρ – радиус окружности, дуга которой является упругой линией изогнутого стержня. Точное выражение для кривизны имеет вид

$$\mathfrak{a} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (3.3)$$

В знаменателе формулы (3.3) не учитывают ввиду малых угловых перемещений упругой линии. В нелинейной теории упругости угловые перемещения точек стержня, как правило, весьма велики и знаменатель существенно отличается от единицы. Однако формула (3.3) не очень удобна. Она может быть записана иначе:

$$\mathfrak{a} = \frac{d\vartheta}{ds}, \quad (3.4)$$

а также

$$\mathfrak{a}_0 = \frac{d\theta}{ds}, \quad (3.5)$$

где ϑ – угол наклона касательной к данной точке упругой линии; θ – угол наклона касательной к данной точке первоначальной конфигурации стержня (к *“начальной кривой”*); s – длина дуги упругой линии от начальной точки 0. Конечную точку всегда обозначают 1.

В итоге получим

$$\frac{d\vartheta}{ds} - \frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{H},$$

а для первоначально прямолинейного стержня будет справедливо соотношение $\frac{d\vartheta}{ds} = \frac{M}{H}$.

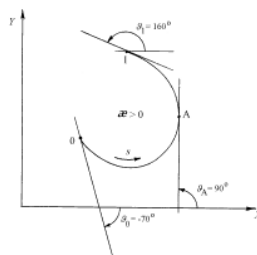


Рис. 3.7. Упругая линия положительной кривизны

3.3.2. Правило знаков для кривизны и изгибающего момента

При формулировании этого правила воспользуемся правой системой координат, принимая отсчет углов *против часовой стрелки*, причем он ведется от оси, совпадающей с первоначальной конфигурацией ненагруженного прямолинейного стержня. Правило знаков сводится к тому, что кривизна в данной точке упругой линии положительна, если угол наклона касательной к упругой линии возрастает с увеличением длины дуги s (рис. 3.7). Изгибающий момент считается положительным, если он стремится увеличить значение положительной кривизны или уменьшить абсолютное значение отрицательной кривизны.

В ряде случаев упругая линия меняет знак кривизны. Тогда стержень должен иметь точку В с нулевой кривизной $\kappa = 0$. Она называется точкой перегиба (рис. 3.8).

3.3.3. Характеристика классов задач

Все ситуации, рассматриваемые в нелинейной теории упругости, могут быть отнесены к одному из трех классов:

- задачам основного класса;
- задачам, сводящимся к основному классу;
- задачам, не сводящимся к основному классу.

Для того чтобы поставленная задача была отнесена к основному классу, должны соблюдаться следующие условия:

- начальная кривизна продольной оси стержня постоянна (в частности, равна нулю);
- изгибная жесткость стержня постоянна;
- изгиб осуществляется только под действием сил и моментов, приложенных на концах стержня 0 и 1.

Задачи, сводящиеся к основному классу, включают все случаи, в которых упругую линию

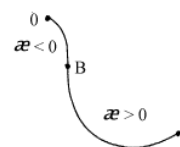


Рис. 3.8. Упругая линия с точкой перегиба

можно разбить на конечное число участков конечной длины. Каждый участок будет решаться как задача основного класса. При этом дифференциальное уравнение упругой линии следует составлять для каждого участка, затем записываются условия связи на стыках этих участков, что дает необходимое и достаточное число уравнений для решения задачи. При решении таких задач очень эффективным является использование симметрии.

Симметрия играет особую роль в теории вязания. Именно постулат о симметрии петли позволил Э.Томпкинсу создать первую модель петли [9], а А. С. Далидовичу [31] создать первую прикладную методику расчета технологических параметров трикотажа. Впоследствии симметричность петли была с успехом использована Постлем и Манденом [46], которые рассмотрели четверть петли GQ (см. *рис. 1.4*), разбив ее на два участка GV и VQ, которые представляли собой, соответственно, половину игольной дуги и половину петельной палочки. Очевидно, что игольная дуга не содержит точки перегиба, а петельная палочка имеет перегиб в точке Q. Таким образом, проблема описания конфигурации нити в петле относится к задачам, сводящимся к основному классу.

К классу задач, не сводящихся к основному, относятся все те задачи, в которых не соблюдается какое-либо из условий, определяющих задачи двух описанных выше классов. Сюда относят задачи с распределенными нагрузками, а также задачи для стержней с произвольно изменяющимися начальной кривизной и изгибной жесткостью. Такие задачи могут быть решены только численными методами и выходят за рамки данного курса. Способы их решения подробно изложены в работе [89].

4. РАСЧЕТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОДИНАРНОГО КУЛИРНОГО ТРИКОТАЖА С УЧЕТОМ СВОЙСТВ НИТИ

*Если я могу построить механическую
модель явления, значит, я понимаю его.*

Лорд Кельвин *

4.1. Постановка задачи

При достижении полотном условно-равновесного состояния (УРС) пряжа уже освобождена от растягивающих усилий, которые она приобрела в процессе прядения и вязания. Но в пряже остаются изгибающие усилия, по-

* Цит. по кн. [90, с. 163].

рождаемые ее стремлением распрямиться и приобрести прямолинейную форму. Это обстоятельство является условием существования петли и определяет ее конфигурацию [37].

Нити, перерабатываемые в трикотажном производстве, имеют малую изгибную жесткость, поэтому усилия, необходимые для приобретения нитью изогнутой (петлевидной) формы, и соответствующие им изгибающие напряжения также малы. Такая ситуация оказывается близкой к задачам, рассматриваемым в нелинейной теории упругости [88], которая исходит из того, что вследствие малой толщины и изгибной жесткости стержня большие перемещения его концевых точек (соизмеримые с длиной самого стержня) достигаются при малых внутренних упругих деформациях. Так как в каждом малом элементе стержня присутствуют малые деформации, к ним применимы соответствующие уравнения теории упругости (см. разд. 3).

Термин “стержень” и соответствующие положения статики тонких стержней применимы к текстильной нити лишь при условии, что ее жесткость при изгибе определена экспериментальным путем. Это связано с тем, что модуль Юнга нити при изгибе существенно меньше, чем при растяжении. Поэтому нельзя рассчитывать изгибную жесткость нити по формуле для сплошного упругого стержня $H = EI$, где E – модуль Юнга (при растяжении); I – осевой момент инерции сечения стержня.

Ни одна текстильная нить не является чисто “гуковским” материалом, но в определенном диапазоне нагрузок любой материал проявляет упругие свойства. С учетом вышеизложенного, можно предположить, что при указанных малых изгибающих усилиях в трикотаже нить ведет себя как упругий стержень. Наличие большого компонента упругой деформации подтверждается закручиваемостью кулирной глади как следствием стремления нити распрямиться. Тем не менее, в изогнутой нити с течением времени, по-видимому, имеет место релаксация изгибающих напряжений. Однако петля в процессе релаксации напряжения сохраняет форму, приобретенную ею при первоначальном достижении равновесного состояния, за счет межниточного трения, препятствующего смещению точек контакта петель.

Иногда приходится сталкиваться с мнением о том, что пряжа все же получает пластическую деформацию от изгибающих воздействий, поскольку нить, извлеченная из полотна, имеет извитость. Как показали эксперименты с хлопчатобумажной и полушерстяной пряжей, эта извитость легко устраняется путем влажно-тепловых обработок с последующей сушкой, и пряжа восстанавливает прямолинейную форму. Поэтому описанная извитость может быть классифицирована как “мнимая пластическая деформация” или “упруго-запаздывающая деформация” [13].

При формулировании подхода к проектированию геометрических параметров трикотажа нужно решить принципиальный вопрос: как следует выразить силовое взаимодействие нитей – как сосредоточенную силу или как

распределенную нагрузку? Конечно, всякая нагрузка, возникающая при механическом взаимодействии пары деформируемых твердых тел, строго говоря, является распределенной по площади контакта. Однако это не мешает в большинстве задач механики сводить местную распределенную нагрузку к сосредоточенной силе, помещая точку ее приложения в геометрический центр зоны нагружения.

Подобная проблема была затронута в качестве [91] при расчете конфигурации осевой линии основы: анализ показал, что результат вычислений по двум схемам (при действии на нить распределенной нагрузки и при действии сосредоточенной силы) различается незначительно при объемном заполнении ткани волокном 31,4 %, но при увеличении этого показателя до 47,2 % разница становится ощутимой. Понятно, что повышение плотности текстильного материала увеличивает удельный вес контактирующих поверхностей. Специфика трикотажа заключается в том, что волокно занимает в его объеме не более 30 % (обычно – не более 10 %) [92]. Это позволяет сделать допущение о возможности сведения контактных нагрузок, действующих в петле, к сосредоточенным силам.

Возможность оперирования сосредоточенной силой при описании структуры трикотажа была проверена С. Де Жонгом и Р. Постлем [28]. Они рассмотрели схему нагружения нити распределенной нагрузкой и методом Ньютона – Рафсона получили решение, представленное графически на *рис. 4.1* в безразмерных координатах. Из рисунка видно, что распределенная нагрузка явно концентрируется у точек контакта петель (в “точках переплетения”), а поэтому может быть заменена эквивалентной ей сосредоточенной силой. Понятно, что процедура такой замены должна предусматривать учет сжимаемости нити: в работе [28] это сделано при помощи коэффициента Постля W , фигурирующего в формуле (1.10) и зависящего от класса сжимаемости нити. Для различных типов нитей предлагаются соответствующие значения W (*табл. 4.1*) [28].

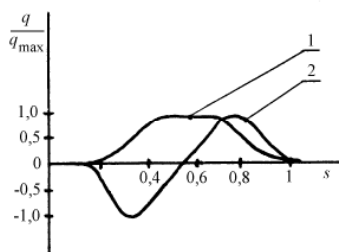


Рис. 4.1. Распределенные нагрузки, действующие в зонах контакта нитей в петле кулирного трикотажа (в точке G $s = 0$, в точке Q $s = 1$):

1 – в плоскости XOY; 2 – в плоскости YOZ

Таблица 4.1. Значения коэффициента Постля

Класс сжимаемости	Тип нити	Наличие зажатия по горизонтали в структуре трикотажа	
		присутствует	отсутствует
1	Текстурированная нить	208	298
2	Высокообъемная пряжа	120	138
3	Обычная (штапельная) пряжа из натуральных или химических волокон	112	122
4	Мононить	107	115

4.2. Особенности действия контактных сил в петлях

Как отмечалось в п. 4.1, при достижении трикотажем УРС пряжа уже освобождена от деформации растяжения, полученной ею в процессе пряжения, перемотки и вязания. Очевидно, что релаксация деформации сопровождается усадкой пряжи. В процессе отделочных операций* хлопчатобумажная пряжа усаживается на 1...3 % [18], вискозная нить – до 7 % [93]. Но и в процессе приведения отделанного (“готового”) полотна в УРС** усадка пряжи продолжается: для хлопчатобумажной пряжи она составляет около 2 % [22]; по результатам экспериментов, проведенных на кафедре ТХПТ, для хлопчатобумажной пряжи – от 0,7 до 2,2 %, для полушерстяной пряжи – до 5 %. Поэтому в трикотаже, приведенном в УРС, на пряжу будут действовать только изгибающие силы, но их величина изменится по сравнению с суровым полотном, так как в выражение (1.10) для расчета P будет входить длина нити в петле (ДНП) в УРС:

$$\ell = \ell_{\text{запр}} \frac{100 - U_T - U_{\text{п}}}{100}, \quad (4.1)$$

где U_T – технологическая усадка пряжи, %; $U_{\text{п}}$ – потребительская усадка пряжи, %; $\ell_{\text{запр}}$ – заправочная ДНП, мм.

После приведения полотна в УРС в пряже продолжают действовать изгибающие усилия, порождаемые ее стремлением распрямиться и приобрести прямолинейную форму. Следуя концепции Постля – Мандена (см. разд. 1 и рис. 4.1), будем считать, что изгибающие напряжения, определяющие конфигурацию петли, создаются силами межниточного взаимодействия P , прило-

* “Технологическая” усадка пряжи.

** Имеет место при эксплуатации изделия – “потребительская” усадка пряжи.

женными в точках контакта V смежных петель (рис. 4.2). Поскольку величина контактной силы определяется упругостью и сжимаемостью нити (см. формулу (1.10)), а точка ее приложения – углом трения нити β , следовательно, контактная сила P представляет собой силу нормального давления фрикционного контакта переплетающихся нитей, которая должна быть направлена перпендикулярно к осевой линии нити, что является существенным отличием от модели сухо-отрелаксированной петли Постля – Мандена, где сила P как результирующая сдвигающего усилия S и натяжения T направлена по горизонтали (см. рис. 1.4). Основные геометрические параметры трикотажа – петельный шаг A (рис. 4.2), высота петельного ряда B (рис. 4.3), коэффициент соотношения плотностей C – определяются длиной нити в петле, линейной плотностью T и жесткостью нити при изгибе H , углом трения нити о нить β .

Легко видеть, что основная часть усилия концентрируется в точках контакта петель S и N (рис. 4.4) и может быть сведена к локализованной силе (см. п. 4.1). Зона переплетения нитей ограничивается точками S и N (рис. 4.4).

Различия знаков при пиках нагрузки (см. рис. 4.1) означает, что сила меняет свое направление на противоположное. Это совершенно закономерно, так как по своей природе контактная сила является силой нормального давления и должна быть направлена перпендикулярно («по нормали») к осевой линии нити.

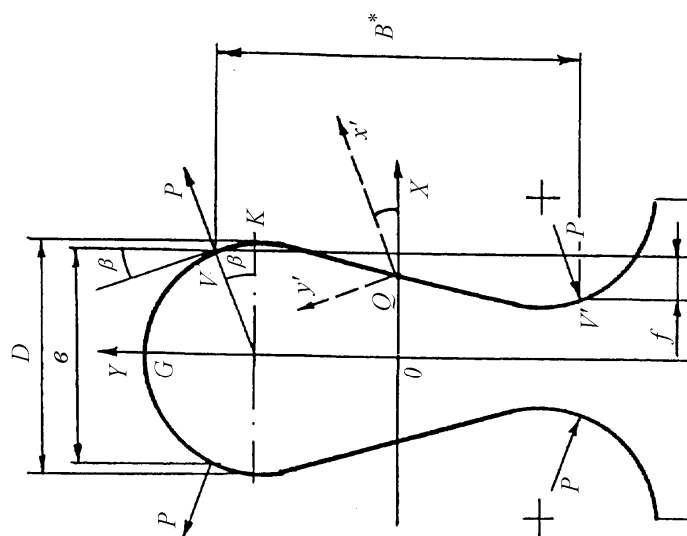


Рис. 4.2. Силы, действующие в петле в плоскости полотна

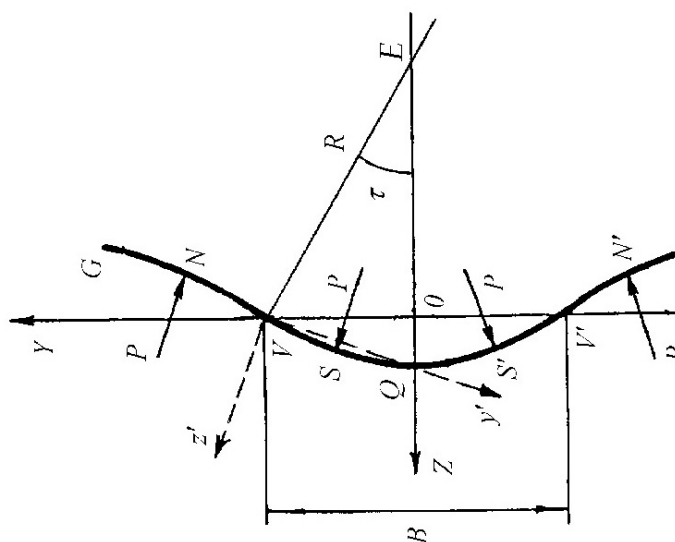


Рис. 4.3. Силы, изгибающие петлю относительно плоскости полотна

Иными словами, вектор силы P имеет «следящее перемещение» (см. п. 3.2). Это перемещение приводит к тому, что вектор силы совершает половину полного оборота. Можно сказать, что осевые линии переплетающихся нитей (рис. 4.4) образуют «двойную спираль», обвивающую воображаемый цилиндр (рис. 4.5). Его диаметр должен быть равен диаметру нити. Поскольку в зоне контакта нити сильно сжаты, то это будет условный диаметр нити d_y , характеризующий толщину нити без воздушных промежутков [37].

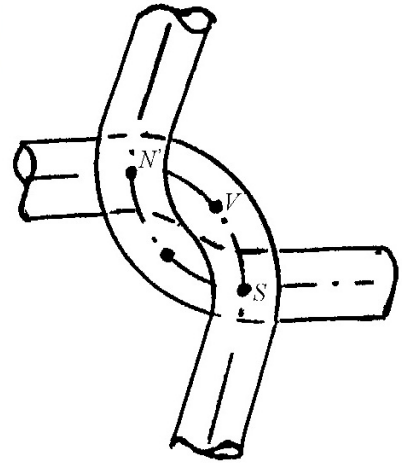


Рис. 4.4. Зона переплетения нитей

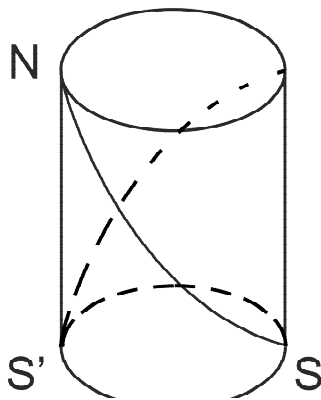


Рис. 4.5. Осевые линии переплетающихся нитей

Он вычисляется как $d_y = 0,0357 \sqrt{\frac{T}{\gamma}}$,

где d_y – условный диаметр нити, мм;
 T – линейная плотность нити, текс;
 γ – плотность вещества нити, г/см³.

Развертка осевой линии нити даст равнобедренный прямоугольный треугольник NSS' (рис. 4.6) с катетом, равным

$$SS' = \frac{\pi d_y}{2}.$$

Понятно, что углы в равнобедренном прямоугольном треугольнике равны 45° , поэтому гипотенуза NS составит

$$NS = \frac{\pi d_y}{2 \sin 45^\circ}.$$

Таким образом, длина контактного участка составит

$$L_{NS} = \frac{\pi d_y}{\sqrt{2}}. \quad (4.2)$$

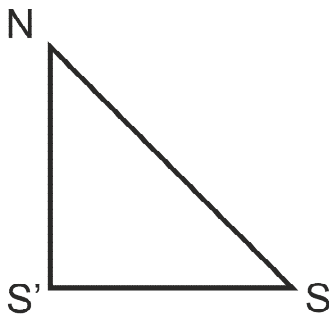


Рис. 4.6. Развертка осевой линии нити в зоне контакта

4.3. Определение петельного шага

Для того, чтобы рассчитать величину петельного шага A , удобно воспользоваться разверткой петли на плоскость полотна XOY (см. *рис. 4.2*). При этом петельный шаг и длина нити в петле на развертке петли равны соответствующим величинам для петли в естественном состоянии, а высота петельного ряда B заменена меридианой петельной палочки B^* (см. *рис. 4.2*), т. е. расстоянием между точками V и V' на развертке.

Игольная дуга нагружена только силами P , приложенными в точках контакта V и V'' . Поэтому в игольной дуге имеет место чистый изгиб, и она действительно представляет собой дугу окружности диаметром D .

То же самое относится к платинной дуге вследствие симметрии петли.

Очевидно, что

$$D = \frac{2H}{M_{XOY}}, \quad (4.3)$$

где D – диаметр игольной дуги, мм;

H – жесткость нити при изгибе, $cH \times \text{мм}^2$;

M_{XOY} – момент, изгибающий нить в плоскости XOY , $cH \times \text{мм}$.

Как отмечалось в *разд. 2*, жесткость нити – константа, которая определяется опытным путем [94] или берется из табличного справочного материала.

Момент создается произведением силы на плечо. Вследствие симметричности петли в середине петельной палочки имеется точка перегиба Q (см. *рис. 4.2*), откуда и следует опустить перпендикуляр на линию действия силы P . Очевидно, что расстояние от точки Q до точки V по вертикали равно половине меридианы $B^*/2$. Если бы сила P была направлена горизонтально, то момент был бы равен

$$\dot{I} = P \frac{B^*}{2}.$$

Однако P – сила нормального давления, поэтому ее линия действия наклонена к горизонтали под углом β . В итоге получим

$$M_{XOY} = P \frac{B^*}{2} \cos \beta. \quad (4.4)$$

Величина силы P определяется по формуле (1.10). Чему же равна величина B^* . Согласно модели Постля-Мандена [46]

$$B^* = \frac{\ell}{5}, \quad (4.5)$$

что подтверждается микроскопическим анализом большинства образцов кулирного трикотажа главных переплетений. Подставляя значения меридианы петельной палочки в формулу (4.4), получаем значение момента и, как следствие, по формуле (4.3) вычисляем диаметр игольной дуги D . Вслед за А. С. Далидовичем [31], Р. Постлем и Д. Л. Манденом [46] можно записать

$$A = 2(D - d), \quad (4.6)$$

где d – средний диаметр нити.

Его можно рассчитать традиционным путем

$$d = \frac{\lambda \sqrt{T}}{31,6}, \quad (4.7)$$

где λ – коэффициент, учитывающий объемность нити [5], [38].

Пример. Рассчитать петельный шаг в полотне переплетения «кулирная гладь» из хлопчатобумажной пряжи линейной плотности 56 текс $\times 1 \times 2$ при длине нити в петле 7,33 мм.

Из табл. 2.1 получаем значения удельной жесткости пряжи $h = 0,008 \text{ сН} \times \text{мм}^2 / \text{текс}$. Тогда жесткость составит, $\text{сН} \times \text{мм}^2$:

$$H = hT = 0,008 \times 56 \times 2 = 0,9.$$

Следовательно, сила равна, сН:

$$P = \frac{WH}{\ell^2} = \frac{122 \times 0,9}{7,33^2} = 2.$$

Для силы 2 сН угол трения для пряжи 56 текс составит $\beta = 23^\circ$.

Меридиана петельной палочки, мм:

$$B^* = \frac{\ell}{5} = \frac{7,33}{5} = 1,47.$$

Имеющиеся данные позволяют вычислить по формуле (4.4) момент, изгибающий нить в плоскости полотна, $\text{сН} \times \text{мм}^2$:

$$M_{\text{ХОУ}} = 2 \times \frac{1,47}{2} \times \cos 23^\circ = 1,35.$$

Тогда диаметр игольной дуги, мм:

$$D = \frac{2 \times 0,9}{1,35} = 1,33.$$

Для хлопчатобумажной пряжи $\lambda = 1,25$.

Следовательно, средний диаметр пряжи составит, мм:

$$d = \frac{1,25\sqrt{56 \times 2}}{31,6} = 0,42 .$$

В итоге по формуле (4.6) получаем петельный шаг, мм:

$$A = 2(1,33 - 0,42) = 1,82.$$

Легко видеть, что в рассматриваемом примере коэффициент линейного незаполнения трикотажа достигает $\frac{A}{d} = 4,3$.

Примечание. Учитывая, что на рис. 4.2 изображена осевая линия нити, приходим к выводу, что зажатия петельной структуры по горизонтали не будет, если просвет между игольными (или между платинными) дугами

$$n = A - 2(D/2 + d/2) = A - D - d > 0 \quad (4.8)$$

Если это условие не соблюдается, то нужно повторить расчет, подставив в выражение (1.10) значение коэффициента Постля W , соответствующее зажатую петель (см. табл. 4.1), поскольку в настоящей методике основной расчет проводится для общего случая в предположении, что структура трикотажа не зажата.

В рассматриваемом примере просвет, мм:

$$n = 1,82 - 1,33 - 0,42 = 0,07 > 0.$$

Таким образом, структура полотна не зажата и повторный расчет не требуется.

4.4. Определение высоты петельного ряда

Определение высоты петельного ряда напрямую связано с прогибом петли относительно плоскости полотна. Его порождают моменты, действующие в плоскости XOZ (см. рис. 4.3). Они создаются парами сил P , приложенных в точках S и N . Как и в случае, рассмотренном в п. 4.3, момент равен произведению силы на плечо, представляющее перпендикуляр, опущенный из точки перегиба на линию действия силы. В данном случае перегиб имеет место в точке N , а расстояние от нее до линии действия силы, проходящей через точку S , столь мало, что фактически неотличимо от длины участка оси нити SV . Тогда можно записать

$$M_{XOY} = PL_{SV} ,$$

где M_{xoy} – момент, изгибающий петли относительно плоскости полотна, сН×мм.

С учетом формулы (4.2) получаем

$$M_{xoy} = P \frac{\pi d_y}{2\sqrt{2}}. \quad (4.9)$$

Знание величины момента позволяет вычислить радиус кривизны прогиба петли, мм:

$$R = \frac{H}{M_{xoy}} \quad (4.10)$$

Тогда радиальный угол половины петельной палочки, т. е. дуги QV, составит, рад.:

$$\tau = \frac{\tilde{Q}\tilde{V}}{R} = \frac{B \times /2}{R}. \quad (4.11)$$

Рассматривая треугольник OEV, получаем

$$B = 2 R \sin \tau, \quad (4.12)$$

где B – высота петельного ряда, мм.

Пример. Рассчитать высоту петельного ряда в полотне переплетения «кулирная гладь» из хлопчатобумажной пряжи линейной плотности 56 текс × 1 × 2 при длине нити в петле 7,33 мм.

Как и в примере, предложенном в п. 4.3, жесткость нити равна 0,9 сН×мм². Таким образом, сила составляет 2 сН. Условный диаметр пряжи, мм:

$$d_y = 0,0357 \sqrt{\frac{56 \times 2}{1,52}} = 0,31.$$

С учетом формулы (4.9) момент будет равен, сН×мм:

$$M_{xoy} = 0,68.$$

Следовательно, радиус кривизны, мм:

$$R = \frac{H}{M_{xoy}} = \frac{0,9}{0,68} = 1,32.$$

Радиальный угол дуги QV, рад:

$$\tau = \frac{\tilde{Q}\tilde{V}}{R} = \frac{B \times /2}{R} = \frac{1,47 / 2}{1,32} = 0,56.$$

Таким образом, имеются все данные для расчета высоты петельного ряда, которая составит 1,39 мм.

Интенсивность прогиба петли относительно плоскости полотна можно оценить как отношение меридианы петельной палочки к высоте петельного ряда. В данном примере она составит

$$\frac{B^*}{B} = \frac{1,47}{1,39} = 1,07$$

4.5. Расчет технологических параметров полотна в УРС

Располагая данными о длине нити в петле в УРС (см. формулу (4.1)), жесткости нити при изгибе и статическом угле трения нити о нить, можно определить технологические параметры полотна. В предложенной методике петельный шаг рассчитывается по формуле (4.6), высота петельного ряда – по формуле (4.12), а коэффициент соотношения плотностей, плотность вязания и поверхностная плотность – традиционным способом:

$$C = \frac{B}{A}; \quad \Pi_{\Gamma} = \frac{100}{A}; \quad \Pi_B = \frac{100}{B}; \quad \rho_S = \frac{\ell T}{AB}.$$

Некоторые результаты расчетов и опытные данные сведены в *табл. 4.2*.

Таблица 4.2. Технологические параметры трикотажа переплетения кулирная гладь в УРС*

Линейная плотность пряжи, текс	Содержание волокон в пряже, %	ℓ , мм	A , мм	B , мм	C	ρ_S , г/м ²
20	Хлопок 100	2,72	$\frac{0,64}{0,63}$	$\frac{0,50}{0,49}$	$\frac{0,77}{0,78}$	$\frac{169}{172}$
15,4	» »	2,63	$\frac{0,62}{0,59}$	$\frac{0,48}{0,46}$	$\frac{0,77}{0,78}$	$\frac{124}{149}$
32×2×2	Шерсть 40. Нитрон 60	8,51	$\frac{2,17}{2,23}$	$\frac{1,61}{1,59}$	$\frac{0,74}{0,71}$	$\frac{311}{308}$
32×2×2	Шерсть 30. Нитрон 70	8,59	$\frac{2,08}{2,11}$	$\frac{1,61}{1,58}$	$\frac{0,77}{0,75}$	$\frac{317}{329}$
90×1×2	Шерсть 45. Нитрон 45. Капрон 10	10,6	$\frac{2,94}{2,81}$	$\frac{1,92}{1,95}$	$\frac{0,65}{0,69}$	$\frac{340}{348}$
90×2	Нитрон 90. Лавсан 10	11,8	$\frac{3,23}{3,15}$	$\frac{2,38}{2,28}$	$\frac{0,74}{0,72}$	$\frac{275}{296}$

* В числителе условных дробей приведены экспериментальные значения, а в знаменателе – расчетные.

5. РАСЧЕТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВОЙНОГО КУЛИРНОГО ТРИКОТАЖА С УЧЕТОМ СВОЙСТВ НИТИ

Причины, заставляющие петли изнанки в ластике заходить за петли лицевой стороны, заключаются в стремлении нити занять положение с наименьшей возможной ее деформацией. В этом стремлении, естественно, ... перемещение петель по ширине будет происходить до тех пор, пока силы упругости нити не уравниваются силами трения петель о петли, или же до тех пор, пока лицевые петли не встретятся одна с другой.

А. С. Далидович [31, с. 87–88]

5.1. Особенности строения ластика

Вынесенная в эпиграф мысль проф. А. С. Далидовича неизбежно приводит к выводу о том, что степень захода лицевых петель за изнаночные (рис. 5.1), определение которой и составляет главную трудность в проектировании ластичных полотен [59] – [61], зависит от модуля петли, изгибной жесткости и фрикционных свойств нити. Именно модуль петли задает уровень контактных сил P , в которых и проявляется стремление нити к распрямлению, т. е. к положению с наименьшей деформацией изгиба. Это вытекает из формулы (1.10), в которой в неявном виде присутствует квадрат модуля петли. В самом деле, можно принять и такую версию формулы (1.10)

$$P = \frac{1000Wh}{\sigma^2}, \quad (5.1)$$

где h – удельная жесткость нити при изгибе, сН·мм²/текс.

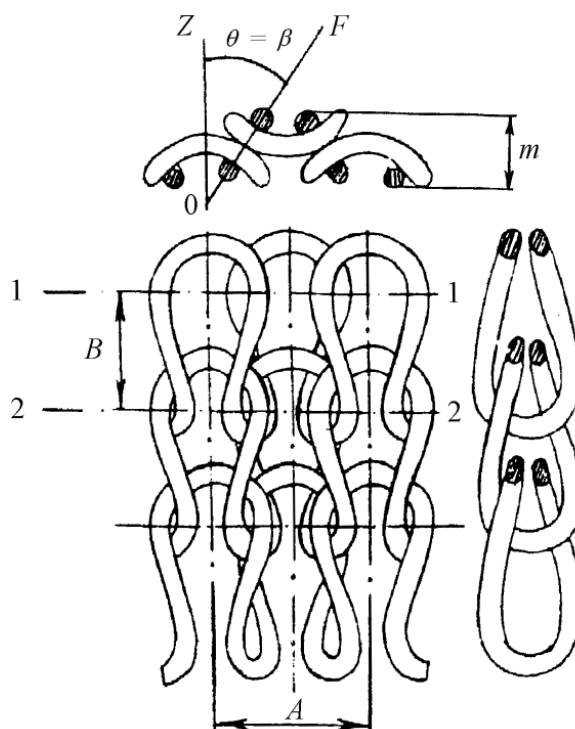


Рис. 5.1. Переплетение ластик 1 + 1
(по А. С. Далидовичу)

В зеве вязальной машины ластик очень сильно растянут и по ширине (поскольку $t_{\text{иг}} > A$), и по длине (усилием оттяжки). Освобождение его от внешних усилий приводит к исчезновению полученной деформации. В процессе усадки трикотажа по мере приближения его структуры к УРС происходит смещение точек контакта петель. Влажно-тепловые (или иные релаксационные) обработки лишь интенсифицируют этот процесс, но его физической сущности не меняют. В направлении петельных столбиков (по оси ОУ) скольжение петель прекращается, когда угол между ними достигает угла трения нити о нить [46]. В направлении петельного ряда, очевидно, протекает аналогичный процесс, который заканчивается либо соприкосновением игольных дуг соседних лицевых петель (см. эпиграф), либо раньше – под действием сил трения, препятствующих повороту платинных дуг вокруг оси ОУ. Будучи неестественно ориентированными вдоль фронта игл при петлеобразовании, платинные дуги (протяжки) ластика стремятся к наиболее устойчивому состоянию. Для идеальной гладкой нити ($\beta = 0$) это состояние наступает при соприкосновении игольных дуг соседних петель одной стороны полотна (при $\theta = 0^\circ$). Именно этот случай и рассмотрен в модели ластика Нептона-Вольфарта [60] (см. *рис. 1.5*). Т. е. угол поворота протяжки в процессе усадки составит порядка 90° . Для реальной шероховатой нити упомянутый поворот протяжек должен закончиться раньше. Как усадка полотна по оси ОУ смещает точку переплетения от точки G к точке K и не доходит до нее на ве-

личину, соответствующую углу трения β (см. *рис. 4.2*: угловое перемещение точки переплетения V составляет $90^\circ - \beta$), так же и вне плоскости полотна поворот протяжек должен составлять $90^\circ - \beta$. Интересно отметить, что еще 30 лет назад Смирфит на основании анализа структуры шерстяных ластичных полотен [59] пришел к выводу, что обычно $\theta \approx 23^\circ$. Как следует из разд. 2, при действии силы 2...3 сН на одно пересечение нитей (т. е. при уровне контактных сил в петле), угол трения шерстяной и полушерстяной пряжи составляет $20 - 25^\circ$. Этот факт согласуется с выдвигаемой гипотезой о физической сущности угла θ (*рис. 5.1*).

Предлагаемый подход позволяет приступить к решению вопроса о величине петельного шага ластика, а также о соотношении между диаметром игольной дуги петли и петельным шагом. То, что оно не такое, как в глади, — очевидно. Именно поэтому А. С. Далидович ввел условный петельный шаг ластика $A_y = 4d$ и приведенный $A_{\Pi} = 5d$ [37]. Коэффициенты при ℓ в эмпирических уравнениях И. И. Шалова для расчета A также различны [13], [39]. Особенно важно то, что для глади

$$A = 0,2\ell + 0,02\sqrt{T},$$

а для ластика

$$A = 0,3\ell + 0,01\sqrt{T},$$

т. е. при фиксированной толщине пряжи и увеличении ДНП петельный шаг в ластике растет в 1,5 раза быстрее, чем в глади! Почему же это происходит? Наверное, потому что в глади прирост A идет только за счет увеличения диаметра игольной дуги D , а в ластике еще и за счет увеличения угла θ . В самом деле, согласно (1.10), при увеличении ℓ контактная сила P снижается, что приводит к росту угла трения β , который, согласно выдвинутой гипотезе, равен θ .

Означает ли это, что при $\beta > 0$ соприкосновение (зажатие) между соседними петлями одной стороны полотна невозможно? Вовсе нет. Ведь условие зажатия включает многие аспекты. В частности, при большом значении β и большой жесткости нити H диаметр игольной дуги (см. формулы (4.3) и (4.4))

$$D = \frac{4H}{PB^* \cdot \cos \beta}$$

может быть достаточно большим. Это означает, что конфигурация остова петли может привести к зажатию по горизонтали. При этом точка приложения силы V будет ощутимо смещена с центральной оси петли по причине большого β , и притяжка не сможет воспрепятствовать зажатию.

В свою очередь, и при $\beta = 0$ зажатия может не быть, если модуль петли велик. Понятно, что в модели Б. Хепворс [61], игнорирующей трение нитей, схема с зажатием вполне обоснована, но нужно признать, что предложенный

ею рисунок полотна с $\sigma = 42$ (рис. 5.2, а) выглядит совершенно неправдоподобно. Каждому технологу известно, что в таком неплотном полотне зажатия не бывает.

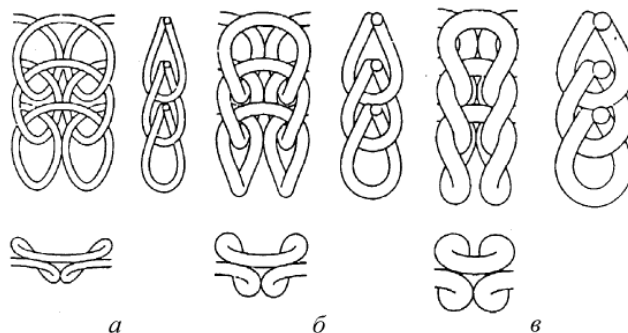


Рис. 5.2. Переплетение ластик 1 + 1 (по Б. Хепворс)
а – модуль петли 42; б – модуль петли 25; в – модуль петли 18

Принципиально важным представляется вопрос о величине контактных сил в петле ластика. С. Де Жонг и Р. Постль [28] полагают, что сила P , действующая в плоскости полотна, в ластике в $7:3,3=2,12$ раза меньше, чем в глади. Вместе с тем, они считают, что сила P_z , выгибающая петлю ластика относительно плоскости полотна, соотносится с P как $2,75:1,75$, т.е. $P_z/P = \pi/2$. На первый взгляд такой подход кажется убедительным, поскольку высокая растяжимость ластика известна и этот факт можно объяснить низким уровнем контактных сил, удерживающих петлю в равновесии. Однако при ближайшем рассмотрении концепция Постля – Де Жонга оказывается не столь безупречной. В самом деле, согласно формуле (4.4), вытекающей из работ [46], [86], [88], диаметр игольной дуги пропорционален действующему в ней внутреннему изгибающему моменту

$$M = 0,5PB^* \cos \beta.$$

Если занять позицию [28] и принять, что сила P в ластике в 2,12 раза меньше, чем в глади, то обнаруживается удивительное обстоятельство: диаметр игольной дуги ластика должен быть в 2,12 раза больше, чем глади, связанной из такой же нити и с идентичной длиной нити в петле. Разумеется, никому такого на практике наблюдать не доводилось, хотя петельный шаг ластика и может превышать петельный шаг глади на 20 % [37]. Может быть, дело в том, что остов петли ластика имеет форму, принципиально отличную от глади и петельная палочка ластика не имеет центра симметрии, а потому в формулу (4.9) входит величина не $0,5B^*$, а B^* ? Напротив, экспериментальные данные указывают на то, что принципиальных различий в форме остова петли ластика и глади нет, причем высота петельного ряда глади и ластика с одинаковой ДНП, как правило, совпадают [9], [39], [59], [95], а проф. А. С. Далидович вводит этот постулат в свою модель петли ластика 1 + 1, опираю-

щуюся на обширный экспериментальный материал [31]. Остается добавить, что простое визуальное изучение образца ластика под небольшим увеличением позволяет обнаружить характерную S-образность его петельных палочек. Особенностью формы петли ластика является лишь то, что ниже точки V' нить (платинная дуга) уже не видна, так как она уходит за плоскость полотна (рис. 5.3).

Надо полагать, что понижение величины силы в ластике, вычисленное в работе [28], порождено какой-либо неточностью при записи уравнений для ластика, где в качестве базового фрагмента взят участок $\ell/2$, а не $\ell/4$ (как это было сделано авторами [28] для глади). Возможно, что это и не позволило им осуществить расчет параметров ластика.

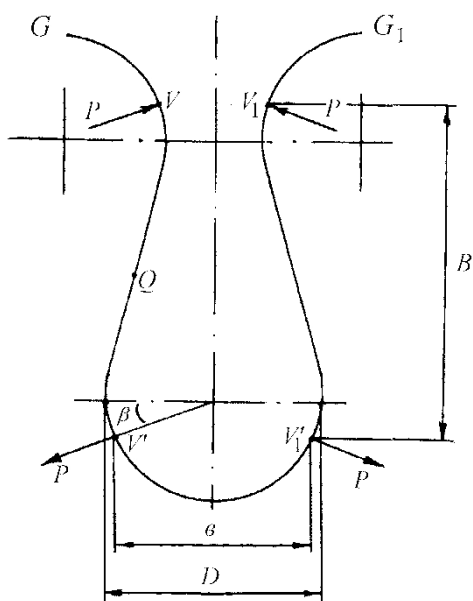


Рис. 5.3. Развертка лицевой и изнаночной петель ластика на плоскость YOF (см. рис. 5.1)

На основании вышеизложенного в качестве рабочей гипотезы примем, что контактные силы в петле ластика соответствуют силам в петле кулирной глади. Такая гипотеза однозначно возникает как следствие идентичности оснований петель глади и ластика: если материал нити и ее длина в остовах петель одинаковы в обоих полотнах, то и силы, изгибающие эту нить, должны быть равны. В таком случае коэффициент Постля W , вычисленный для кулирной глади, характеризует энергетическую устойчивость системы нитей, образующей любой кулирный трикотаж, приведенный в условно-равновесное состояние.

5.2. Определение геометрических параметров петли ластика, характеризующих ее прогиб относительно плоскости полотна

Существенным отличием петель ластика от глади является иной контакт нитей вне плоскости полотна. Как видно из *рис. 4.2, 4.3*, в кулирной глади каждая четверть петли имеет две зоны такого контакта – выше (N) и ниже (L) “точки переплетения” V. В ластике протяжка (платинная дуга) уходит за плоскость полотна, поэтому даже на весьма условном чертеже (см. *рис. 5.1*) видно, что нижнего контакта петель вне плоскости полотна XOY тут нет. Из условия равновесия сил и моментов вытекает, что сила, “утапливающая” петлю ластика относительно плоскости полотна XOY (*рис. 5.3*), должна быть приложена в точке V, а сила, “выталкивающая” петлю, – в точке V'. Легко видеть, что конфигурация петли ластика вне плоскости полотна имеет S-образность, характерную для петельной палочки петли в плоскости полотна (см. *рис. 4.2*), а совокупность лицевой и изнаночной петель дает картину, аналогичную форме петли в плоскости полотна и поддающуюся соответствующему математическому описанию.

Отталкиваясь от выдвинутой гипотезы об идентичности остовов петель глади и ластика, полученных из одинаковой нити с равной ДНП, неизбежно приходим к выводу о том, что диаметр платинной дуги ластика равен диаметру игольной дуги D. Т. е. при проектировании параметров ластика 1 + 1 можно пользоваться величинами B и D, рассчитанными для кулирной глади. Тогда толщина ластика составит (см. *рис. 5.1, 5.3*)

$$m = b \cos \beta + d = D \cos^2 \beta + d .$$

5.3. Определение геометрических параметров петли ластика в плоскости полотна

Основываясь на том, что остов петли ластика геометрически подобен остову петли кулирной глади, можно рассмотреть форму петли ластика, пользуясь *рис. 4.2*. Меридиана петельной палочки B^* при этом рассчитывается по формуле (4.5). Горизонтальное смещение точки V по отношению к V' составит величину f. Минимальный просвет n между петельными палочками одной петли будет рассчитываться по формуле (4.8) так же, как в глади $n = A - D - d$, где A – петельный шаг глади, определяемый по формуле (4.6), D – диаметр игольной дуги, определяемый по формуле (4.3). Петельный шаг ластика $A_{\text{л}}$, в общем случае, не равен петельному шагу глади при одинаковых исходных данных. Как отмечалось выше, важную роль в расчете $A_{\text{л}}$ играет угол θ , равный углу трения нити о нить β . Можно записать

$$A_{\text{л}} = D + d + \Delta , \quad (5.2)$$

где Δ – просвет между игольными дугами соседних петель одной стороны ластика (рис. 5.4, а); $A_{\text{л}}$ – петельный шаг ластика.

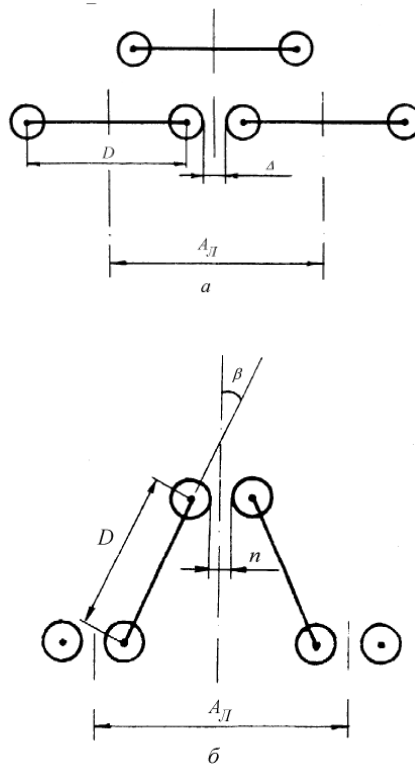


Рис. 5.4. Схема для расчета петельного шага ластика
а – разрез по 1–1 на рис. 5.1; б – разрез по 2–2 на рис. 5.1

В общем случае Δ не равен n , а $A_{\text{л}}$ не равен A . Выполнив разрез ластика горизонтальной плоскостью на уровне точек максимального сближения петельных палочек, получим схему (рис. 5.4, б). Понятно, что

$$A_{\text{л}} = 2(D \sin \beta + d + n). \quad (5.3)$$

Приравнявая (5.2) и (5.3), получаем $\Delta = 2D \sin \beta + d + 2n - D$.

При расчетах петельного шага ластика нужно учитывать, что при зажатой структуре базовой кулирной глади (где $n < 0$) следует в формулу (5.3) подставлять $n = 0$.

Пример. Рассчитать петельный шаг в полотне переплетения ластик 1+1 из хлопчатобумажной пряжи линейной плотности 56 текс $\times 1 \times 2$ с $\ell = 7,33$ мм (см. примеры в п. 4.3 и 4.4).

Пользуясь уже известными величинами из примеров к разд. 4, по формуле (4.3) вычислим диаметр игольной дуги, мм

$$D = \frac{4 \cdot 0,9}{2 \cdot 1,47 \cdot 0,92} = 1,33.$$

Просвет между платинными дугами рассчитаем по формуле (4.8), мм

$$n = 1,82 - 1,33 - 0,42 = 0,07.$$

Вычислим петельный шаг ластика 1+1, мм

$$A_{\text{л}} = 2(1,33 \cdot 0,39 + 0,42 + 0,07) = 2,02.$$

Легко видеть, что $A_{\text{л}} > A = 1,82$. Это согласуется с концепцией проф. А. С. Далидовича, положенной в основу проектирования параметров ластика.

В табл. 5.1 приведены некоторые экспериментальные и расчетные данные для ластика 1+1. Они могут быть полезны как материал для самоконтроля при решении задач.

Таблица 5.1. Технологические параметры трикотажа переплетения ластик 1 + 1*

Линейная плотность пряжи, текс	Содержание волокон в пряже, %	ДНП, мм	A , мм	B , мм	C , мм	P_s , г/м ²
18,5×1×2	Хлопок 100	3,81	$\frac{1,16}{1,08}$	$\frac{0,76}{0,74}$	$\frac{0,65}{0,69}$	$\frac{317}{353}$
29×1×2	— " —	5,52	$\frac{1,75}{1,61}$	$\frac{1,04}{1,01}$	$\frac{0,59}{0,63}$	$\frac{350}{392}$
15,4×1×2	— " —	5,66	$\frac{1,61}{1,59}$	$\frac{1,10}{1,04}$	$\frac{0,68}{0,65}$	$\frac{395}{422}$
32×2×2	Шерсть 40. Нитрон 60	8,60	$\frac{2,36}{2,28}$	$\frac{1,52}{1,58}$	$\frac{0,64}{0,69}$	$\frac{615}{611}$
29×2	Хлопок 70. Лен 30	5,58	$\frac{1,85}{1,61}$	$\frac{1,06}{1,01}$	$\frac{0,57}{0,63}$	$\frac{337}{392}$
18,8×1×2	Лавсан 100	3,96	$\frac{1,14}{1,21}$	$\frac{0,83}{0,80}$	$\frac{0,73}{0,66}$	$\frac{315}{308}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой книге были рассмотрены возможности прикладной механики трикотажа при решении задачи проектирования технологических параметров кулирной глади и ластика 1+1. Совершенно очевидно, что возможности описанного метода не ограничиваются расчетом характеристик трикотажа главных переплетений. Например, весьма успешными были исследования, проведенные в области моделирования структуры трикотажа наиболее распространенного производного кулирного переплетения – двуластика [96]. Не менее значимым можно считать поиск возможности применения механики тонких

* В числителе условных дробей приведены экспериментальные значения, а в знаменателе – расчетные.

стержней к проектированию прессового трикотажа, для которого расчеты по геометрическим моделям часто дают большую ошибку (это происходит вследствие существенного влияния свойств нити на ее пространственное расположение в структуре полотна). Даже отказ от традиционного описания конфигурации прессовых петель и набросков при помощи дуг окружностей и отрезков прямых и использование для этой цели участков парабол не дал возможности авторам геометрической модели [97] продвинуться дальше расчетов фанга и полуфанга. В то же время применение нелинейной теории упругости позволило описать сложную геометрическую структуру прессового трикотажа и проанализировать влияние свойств нити на конфигурацию петель и набросков, число которых достигало шести [98]. Интересно отметить, что полученные в работе [99] формулы весьма точно описывали феномен вырождения прессового наброска в горизонтальную протяжку при индексе прессовой петли выше трех.

Проектирование сложных пространственных вязаных структур (в том числе и технического назначения) методами нелинейной теории упругости признается перспективным многими исследователями, поскольку механика тонких стержней не накладывает никаких ограничений на степень изгиба нити. Это обстоятельство открывает огромные возможности для моделирования структуры и свойств текстиля, о которых совсем недавно можно было только мечтать. Повсеместное применение персональных компьютеров делает бессмысленной дискуссию о «чрезмерной математической сложности» некоторых формул: на повестке дня остается лишь вопрос об их соответствии описываемому объекту. В качестве примера успешного применения математического моделирования петли при решении весьма сложной прикладной задачи можно привести прогнозирование перекоса петельной структуры в статье [100].

Обобщение последних достижений механики нити и трикотажа, выходящих за рамки данной дисциплины, и ряд интересных оригинальных разработок в этой области являются бесспорными заслугами проф. В. П. Щербакова [51], [101]. Его монографии [102] и [103] будут интересны студентам, аспирантам и специалистам, желающим глубже изучить способы математического описания структуры и свойств текстильных материалов.

Из вышесказанного следует, что прикладная механика трикотажа не стоит на месте. Хочется верить, что затронутые в данной книге проблемы не оставили равнодушными читателей, и, возможно, кто-то из них внесет свой вклад в развитие этой интереснейшей области текстильной науки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Hearle J. W. S. Structural mechanics of fibres, yarns and fabrics / J. W. S. Hearle, P. Grosberg, S. Backer . – New York: Wiley Interscience, 1969. – 469 p.
2. Зельдович Я. Б. Элементы прикладной математики / Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис. – М.: Наука, 1972. – 592 с.
3. Ровинская Л. П. Исследование двойного жаккардового трикотажа из пряжи, выработанной из химических и натуральных волокон, с целью разработки методики расчета: дис. ... канд. техн. наук / ЛИТЛП им. С. М. Кирова. – Л., 1967. – 199 с.
4. Ровинская Л. П. Расчет длины петель и веса трикотажных изделий, выработанных жаккардовым переплетением / Л. П. Ровинская // Текстильная промышленность. – 1965. – № 3. – С. 48 – 50.
5. Ровинская Л. П. Проектирование технологических параметров трикотажных полотен и чулочно-носочных изделий / Л. П. Ровинская, М. К. Николишвили. – Л.: ЛИТЛП им. С. М. Кирова, 1983. – 96 с.
6. Марисова О. И. Трикотажные рисунчатые переплетения / О. И. Марисова. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984. – 216 с.
7. Шкунова Л. В. Особенности выработки на кругловязальных машинах формоустойчивых полотен для мужских костюмов: автореф. дис. ... канд. техн. наук / ЛИТЛП им. С. М. Кирова. – Л., 1979. – 16 с.
8. Чернышева Т. В. Исследование свойств кулирных ластичных переплетений, вырабатываемых на плоскофанговых машинах: автореф. дис. ... канд. техн. наук / ЛИТЛП им. С. М. Кирова. – Л., 1980. – 21 с.
9. Tompkins E. The science of knitting / E. Tompkins. – London, New York: John Wiley and sons, 1914. – 330 p.
10. Doyle P. J. Fundamental aspects of the design of knitted fabrics / P. J. Doyle // Journal of the Textile Institute. – 1953. – Vol. 44. – № 8. – P. 561 – 578.
11. Munden D. L. The geometry and dimensional properties of plain knitted fabric / D. L. Munden // Journal of the Textile Institute. – 1959. – Vol. 50. – № 7. – P. 448 – 471.
12. Архангельский А. Г. Учение о пряже / А. Г. Архангельский, Т. А. Модестова, Л. А. Архангельский. – М. – Л.: Гизлегпром, 1941. – 500 с.
13. Шалов И. И. Усадка трикотажа / И. И. Шалов. – М.: Гизлегпром, 1958. – 178 с.
14. Кобляков А. И. Структура и механические свойства трикотажа / А. И. Кобляков. – М.: Легкая индустрия, 1973. – 240 с.
15. Allan Heap S., etc. Prediction of finished weight and shrinkage of cotton knits – The Starfish project. Part I: Introduction and general overview / Allan Heap S., etc. // Textile Research Journal. – 1983. – Vol. 53. – № 2. – P. 109 – 119.

16. Allan Heap S., etc. Prediction of finished relaxed dimensions of cotton knits – The Starfish project. Part II: Shrinkage and the reference state / Allan Heap S., etc. // *Textile Research Journal*. – 1985. – Vol. 55. – № 4. – P. 211 – 222.
17. Spencer D. Knitting technology / D. Spencer. – Oxford: Pergamon Press, 1989. – 357 p.
18. Цитович И. Г. Технологическое обеспечение качества и эффективности процессов вязания поперечновязаного трикотажа / И. Г. Цитович. – М.: Легпромбытиздат, 1992. – 240 с.
19. Postle R. Dimensional stability of plain – knitted fabrics / R. Postle // *Journal of the Textile Institute*. – 1968. – Vol. 59. – № 2. – P. 67 – 77.
20. Knapton J. J. F. The dimensional properties of knitted wool fabrics. Part I / J. J. F. Knapton, F. J. Ahrens, W. W. Ingenthron, W. Fong // *Textile Research Journal*. – 1968. – Vol. 38. – № 10. – P. 999 – 1012.
21. Knapton J.J.F. The dimensional properties of knitted wool fabrics. Part II / J. J. F. Knapton, F. J. Ahrens, W. W. Ingenthron, W. Fong // *Textile Research Journal*. – 1968. – Vol. 38. – № 10. – P. 1013 – 1026.
22. Цитович И. Г. Проектирование и технологическое обеспечение качества при выработке полотен кулирными переплетениями / И. Г. Цитович, И. И. Сенчило, Е. Ю. Орбеладзе // *Изв. вузов. Технология текстильной промышленности*. – 1997. – № 1. – С. 72 – 75.
23. Burnip M. S. The dimensional properties of plain-knitted cotton fabrics made from open-end spun yarns / M. S. Burnip, M. N. Saha // *Journal of the Textile Institute*. – 1973. – Vol. 64. – № 3. – P. 153 – 169.
24. Gowers C. N. The wet-relaxed dimensions of plain knitted fabrics / C. N. Gowers, F. N. Hurt // *Journal of the Textile Institute*. – 1978. – Vol. 69. – № 4. – P. 108 – 115.
25. Knapton J. J. F. The geometry, dimensional properties and stabilization of the cotton plain – jersey structure / J. J. F. Knapton, E. V. Truter, M. A. Aziz // *Journal of the Textile Institute*. – 1975. – Vol. 66. – № 12. – P. 413 – 419.
26. Lord P. R. The performance of open-end twistless and ring yarns in weft knitted fabrics / P. R. Lord, M. H. Mohamed, D. B. Ajgaonkar // *Textile Research Journal*. – 1974. – Vol. 44. – № 6. – P. 405 – 414.
27. Hepworth B. The mechanics of an idealized weft – knitted structure / B. Hepworth, G. A. V. Leaf // *Journal of the Textile Institute*. – 1976. – Vol. 67. – № 7 – 8. – P. 241 – 248.
28. Postle R., De Jong S. An energy analysis of the mechanics of weft-knitted fabrics / R. Postle, S. De Jong // *Journal of the Textile Institute*. – 1977. – Vol. 68. – № 10. – P. 307 – 329.
29. Banerjee P. K. Geometry and dimensional properties of plain loops made of rotor spun cotton yarns. Part I / P. K. Banerjee, T. S. Alaiban // *Textile Research Journal*. – 1988. – Vol. 58. – № 3. – P. 123 – 128.

30. Banerjee P. K. Geometry and dimensional properties of plain loops made of rotor spun cotton yarns. Part II / P. K. Banerjee, T. S. Alaiban // *Textile Research Journal*. – 1988. – Vol. 58. – № 4. – P. 214 – 221.
31. Далидович А. С. Теория переплетений и анализ трикотажа. – Ч. 1 / А. С. Далидович. – М.: Гизлегпром, 1933. – 115 с.
32. Далидович А. С. Теория переплетений и анализ трикотажа. Ч. 2 / А. С. Далидович. – М.-Л.: Гизлегпром, 1934. – 298 с.
33. Далидович А. С. Основы теории вязания / А. С. Далидович. – М.: Гизлегпром, 1948. – 423 с.
34. Дирак П. А. М. Воспоминания о необычайной эпохе / П. А. М. Дирак. – М.: Наука, 1990. – 208 с.
35. Труевцев А. В. Теоретические основы проектирования параметров кулирного трикотажа и разработки технологических режимов его производства с учетом деформационных свойств нитей и полотен: дис....докт. техн. наук / СПГУТД. – СПб., 1998. – 740 с.
36. Peirce F. T. Geometrical principle applicable to the design of functional fabrics / F. T. Peirce // *Textile Research Journal*. – 1947. – Vol. 17. – № 3. – P. 123 – 147.
37. Шалов И. И. Технология трикотажного производства / И. И. Шалов, А. С. Далидович, Л. А. Кудрявин. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984. – 284 с.
38. Шалов И.И., Далидович А.С., Кудрявин Л.А. Технология трикотажа. – М.: Легпромбытиздат, 1986. – 376 с.
39. Шалов И. И., Кудрявин Л.А. Основы проектирования трикотажного производства с элементами САПР / И. И. Шалов, Л. А. Кудрявин. – М.: Легпромбытиздат, 1989. – 288 с.
40. Справочник трикотажника / Г. Г. Крассий, В. Н. Керсек, В. И. Гамрецькая, Р. Я. Сахарная. – Киев: Техника, 1975. – 320 с.
41. Glaskin A. An analysis of the stresses in some approximation to a simple knitted loop of monofilament yarn / A. Glaskin, G. A. V. Leaf // *Journal of the Textile Institute*. – 1953. – Vol. 44. – № 11. – P. 534 – 543.
42. Leaf G. A. V. Models of the plain – knitted loop / G. A. V. Leaf // *Journal of the Textile Institute*. – 1960. – Vol. 51. – № 2. – P. 49 – 58.
43. Leaf G. A. V. The stresses in a plain – knitted loop / G. A. V. Leaf // *Journal of the Textile Institute*. – 1961. – Vol. 52. – № 8. – P. 351 – 365.
44. Nutting T. S. A generalized geometry of weft – knitted fabrics / T. S. Nutting, G. A.V. Leaf // *Journal of the Textile Institute*. – 1964. – Vol. 55. – № 1. – P. 45 – 53.
45. Leaf G. A.V. A property of a buckled elastic rod / G. A. V. Leaf // *British Journal of Applied Physics*. – 1958. – Vol. 9. – № 2. – P. 71 – 72.

46. Postle R. Analysis of the dry-relaxed knitted loop configuration / R. Postle, D. L. Munden // *Journal of the Textile Institute*. – 1967. – Vol. 58. – № 8. – P. 329 – 365.
47. Shanahan W. J. A theoretical analysis of the plain knitted structure / W. J. Shanahan, R. Postle // *Textile Research Journal*. – 1970. – Vol. 40. – № 7. – P. 656 – 665.
48. Postle R. The thickness and bulk density of plain – knitted fabrics / R. Postle // *Journal of the Textile Institute*. – 1971. – Vol. 62. – № 4. – P. 219 – 231.
49. Shanahan W.J., Postle R. Jamming of the knitted structures / W. J. Shanahan, R. Postle // *Textile Research Institute*. – 1973. – Vol. 43. – № 9. – P. 532 – 538.
50. Hepworth B., Hepworth K. Jamming of the knitted structures / B. Hepworth, K. Hepworth // *Textile Research Journal*. – 1975. – Vol. 45. – № 1. – P. 86.
51. Щербаков В. П. Вариант построения решения задачи о расчете длины нити в петле / В. П. Щербаков // *Изв. вузов. Технология текстильной промышленности*. – 1999. – № 1. – С. 81 – 85.
52. Little A. The determination of fabric loop length / A. Little, B. Hepworth // *Textile Research Journal*. – 1977. – Vol. 47. – № 12. – P. 795.
53. McRory B. The biaxial load – extension properties of plain weft – knitted fabrics / B. McRory, J. McGraith, A. McNamara // *Textile Research Journal*. – 1975. – Vol. 45. – № 10. – P. 746 – 760.
54. Конопасек М. Метод исследования петельной структуры трикотажа / М. Конопасек // *Изв. вузов. Технология легкой промышленности*. – 1968. – № 1. – С. 81 – 87.
55. Бенцман А. М. Исследование работы нитеподающих устройств кругловязальных машин: автореф. дис... канд. техн. наук. / ЛИТЛП им. С. М. Кирова. – Л., 1969. – 17 с.
56. Pijanowski R. Srubowy model oczka dla rxodkowcego splotu lewo-prawego / R. Pijanowski // *Przegląd Włokienniczy*. – 1987. – 41. – № 9. – S. 360 – 369, 389.
57. De Jong S. A general energy analysis of fabric mechanics using optimal control theory / S. De Jong, R. Postle // *Textile Research Journal*. – 1978. – Vol. 48. – № 3. – P. 127 – 135.
58. De Jong S. An introduction to the study of fabric mechanics using energy methods / S. De Jong, R. Postle // *Textile Institute and Industry*. – 1977. – № 11. – P. 376 – 379.
59. Smirfitt J. A. Worsted 1×1 rib fabrics. Part I: Dimensional parameters / J. A. Smirfitt // *Journal of the Textile Institute*. – 1965. – Vol. 56. – № 5. – P. 248 – 259.
60. Wolfaardt C. Dimensional properties of the all – wool 1×1 rib fabric / C. Wolfaardt, J. J. F. Knapton // *Journal of the Textile Institute*. – 1971. – Vol. 62. – № 10. – P. 561 – 584.

61. Hepworth B. Investigating the dimensional properties of 1×1 rib fabrics / B. Hepworth // *Knitting International*. – 1989. – Vol. 96. – № 7 (1147). – P. 48 – 51.
62. Крагельский И. В. Трение волокнистых веществ / И. В. Крагельский. – М.-Л.: Гизлегпром, 1941. – 127 с.
63. Гарбарук В. Н. Проектирование трикотажных машин / В. Н. Гарбук. – Л.: Машиностроение, 1980. – 472 с.
64. Лазаренко В. М. Процессы петлеобразования / В. М. Лазаренко. – М.: Легпромбытиздат, 1986. – 136 с.
65. Каган В. М. Взаимодействие нити с рабочими органами текстильных машин / В. М. Каган. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984. – 119 с.
66. Сурков К. С. Влияние жесткости нити на ее натяжение при взаимодействии с петлеобразующими органами трикотажных машин / К. С. Сурков. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1974. – 107 с.
67. Беляев А. Н. Соппротивление материалов / А. Н. Беляев. – М.: Физматгиз, 1962. – 856 с.
68. Ly N. G. The contribution of the fibre-diameter distribution to the bending rigidity of yarns / N. G. Ly // *Journal of the Textile Institute*. – 1983. – Vol. 74. – № 4. – P. 228 – 230.
69. Мортон В. Е. Механические свойства текстильных волокон / В. Е. Мортон, Д. В. С. Херл. – М.: Легкая индустрия, 1971. – 182 с.
70. Ly N. G. Predicting the bending properties of wool worsted yarn / N. G. Ly // *Objective evaluation of apparel fabrics*. – Osaka: Ass. of Textile machinery of Japan, 1983. – P. 529 – 538.
71. Ломов С. В. Прогнозирование строения и механических свойств технических тканей методами математического моделирования: дис. ... докт. техн. наук / СПГУТД. – СПб., 1995. – 435 с.
72. Соловьев А. Н. Оценка жесткости текстильных материалов при изгибе / А. Н. Соловьев, Р. С. Юха. – М.: ЦНИИТЭИлегпром, 1970. – 26 с.
73. Николаев С. Д. Теоретические основы определения жесткости нитей при изгибе / С. Д. Николаев // *Изв. вузов. Технология текстильной промышленности*. – 1989. – № 2. – С. 14 – 17.
74. Livesey R. G. Cloth stiffness and hysteresis in bending / R. G. Livesey, J. D. Owen // *Journal of the Textile Institute*. – 1954. – Vol. 55. – № 4. – P. 516 – 524.
75. Owen J. D. An automatic cloth-bending hysteresis tester and some of its applications / J. D. Owen // *Journal of the Textile Institute*. – 1966. – Vol. 57. – № 9. – P. 435 – 438.
76. Owen J. D. The bending behavior of plain-weave fabric woven from spun-yarns / J. D. Owen // *Journal of the Textile Institute*. – 1968. – Vol. 59. – № 7. – P. 313 – 343.
77. Manual for pure bending tester KES-FB-2 /KATO TECH Co., Ltd. – 28 p.

78. Dhingra R. C. The bending and recovery properties of continuous-filament and staple fibre yarns / R. C. Dhingra, R. Postle // Journal of the Textile Institute. – 1976. – Vol. 67. – № 12. – P. 426 – 433.
79. Chu C. C. Quantitative evaluation of stiffness of commercial suture materials / C. C. Chu, Z. Kizil // Surgery, Gynecology and Obstetrid. – 1989. – Vol. 168. – № 3. – P. 233 – 238.
80. Лазаренко В. М. Электротензометрический прибор / В. М. Лазаренко // Текстильная промышленность. – 1950. – № 10. – С. 25 – 28.
81. Лазаренко В. М. Определение жесткости текстильных материалов на изгиб / В. М. Лазаренко // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 1963. – № 6. – С. 20 – 24.
82. А.с. 138402 (СССР). Прибор для определения жесткости тканей и других текстильных материалов / Н. Е. Фрейдман, В. М. Лазаренко. – Опубл. в Б.И. – 1961. – № 10.
83. Lomov S. V. A predictive model for the fabric-to-yarn bending stiffness ratio of a plain-woen set fabric / S. V. Lomov, A. V. Truevtzev, C. Cassidy // Textile Research Journal. – 2000. – Vol. 70. – N 12. – P. 1088 – 1096.
84. Фернандо С. Определение коэффицента изгибной жесткости нити при нелинейной зависимости “напряжение-деформация” / С. Фернандо // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1991. – № 5. – С. 12 – 14.
85. Whitney J. M. Three-dimensional analysis of a plain-knitted fabric subjected to biaxial stresses / J. M. Whitney, J. L. Epting // Textile Research Journal. – 1966. – Vol. 36. – № 2. – P. 146 – 157.
86. Блехман И. И. Механика и прикладная математика / И. И. Блехман, А. Д. Мышкис, Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1983. – 328 с.
87. Ляв А. Математическая теория упругости / А. Ляв. – М.-Л.: ОНТИ, 1935. – 674 с.
88. Попов Е.П. Нелинейные задачи статики тонких стержней.–М.-Л.: Гостехиздат, 1948.– 170 с.
89. Попов Е. П. Теория и расчет гибких упругих стержней / Е. П. Попов. – М.: Наука, 1986. – 286 с.
90. Клайн М. Математика. Поиск истины / М. Клайн. – М.: Мир, 1988. – 295 с.
91. Степанов Г. В. Геометрия осевой линии нити / Г. В. Степанов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1994. – № 6. – С. 34 – 36.
92. Мазина А. Л. Разработка метода и устройства для контроля поверхностной плотности трикотажных полотен в процессе вязания: автореф. дис. ...канд. техн. наук / СПГУТД. – СПб., 1994. – 17 с.
93. Сырье для трикотажной промышленности: Справочник / М. М. Дианич и др.– Киев: Техника, 1981. – 120 с.

94. Методы и средства исследований в технологии трикотажа / В. А. Агапов, А. В. Труевцев, С. В. Макаренко, Д. Р. Митропольский. – СПб: СПбГУТД, 2003. – 67 с.
95. Fletcher M. The geometry of plain and rib knit cotton fabrics and its relation to shrinkage in laundering / M. Fletcher, S. Roberts // *Textile Research Journal*. – 1952. – Vol. 22. – № 2. – P. 84 – 89.
96. Jeddy, A. Ideal stitch model for interlock-knitted fabric / A. Jeddy, H. Dabiryan // *Journal of the Textile Institute*. – 2008. – Vol. 99. – № 4. – P. 369 – 374.
97. Kurbak, A. Geometrical models for Cardigan structures / A. Kurbak, T. Alpuldiz // *Textile Research Journal*. – 2009. – Vol. 79. – № 14. – P. 1281 – 1300.
98. Труевцев, А. В. Расчет технологических параметров одинарного кулирного трикотажа, содержащего прессые петли высокого индекса. Сообщение 1 / А. В. Труевцев, С. В. Полякова // *Изв. вузов. Технол. текстил. пром-сти*. – 1996. – № 6. – С. 67 – 70.
99. Труевцев, А. В. Расчет технологических параметров одинарного кулирного трикотажа, содержащего прессые петли высокого индекса. Сообщение 2 / А. В. Труевцев, С. В. Полякова // *Изв. вузов. Технол. текстил. пром-сти*. – 1997. – № 1. – С. 68 – 72.
100. Choi, K. F. The shape and dimensions of plain-knitted fabric: a fabric mechanical model / K. F. Choi, T. Y. Lo // *Textile Research Journal*. – 2006. – Vol. 76. – № 10. – P. 777 – 786.
101. Щербаков, В. П. Очерк о механике нити / В. П. Щербаков // *Изв. вузов. Технол. текстил. пром-сти*. – 2007. – № 6. – С. 86 – 89.
102. Щербаков, В. П. Основы теории деформирования и прочности текстильных материалов: монография / В. П. Щербаков, Н. С. Скуланова. – М.: МГТУ им. А. Н. Косыгина, 2008. – 268 с.
103. Щербаков, В. П. Прикладная и структурная механика волокнистых материалов: монография / В. П. Щербаков. – М.: Тисо Принт, 2013. – 304 с.

Жесткость при изгибе пряжи и нитей**Таблица А.1. Жесткость при изгибе пряжи и нитей различного волокнистого состава**

Вид нити	Содержание волокон, %	Линейная плотность, текс	Жесткость, $\text{сН} \cdot \text{мм}^2$	Удельная жесткость, $\text{сН} \cdot \text{мм}^2/\text{текс}$
Штапельная пряжа	Нейлон 100	23,9	0,62	0,026
То же	Триацетат 100	23,5	0,94	0,040
– " –	Лен 50. Хлопок 50	15×2	0,50	0,018
– " –	Лен 50. Нитрон 50	65×2	2,42	0,019
– " –	Нитрон 45. Вискоза 51. Плоская вискоза 4	28	1,20	0,043
Штапельная пряжа с эффектом "флир"	Шерсть 40. Нитрон 50. Лавсан 10	31×2	0,84	0,014
Пряжа мокрого прядения	Длинноволокнистый лен 100	24	3,44	0,138
Текстурированная нить	Белан 100	25	1,24	0,050
Мононить	Полипропилен 100	64	67,1	1,05

Статический угол трения нити о нить

Таблица Б.1. Характеристика нитей различного волокнистого состава

Вариант пряжи	Пряжа	Содержание волокон, %	Линейная плотность пряжи, текс
1	Пр См “Дация”	Мохер 10. Шерсть 20. Акрил 10. Нейлон 30	77
2	Пр См “Карнавал”	Шерсть 21. Акрил 55. Нейлон 22. Мохер 2	200
3	Пр См “Гольф”	Шерсть 34. Акрил 52. Нейлон 14	250
4	Пр См “Карина”	Мохер 23. Нейлон 23. Акрил 31. Вискоза 23	142
5	Пр См “Бритиш”	Мохер 78. Шерсть 12. Нейлон 10.	125×2
6	Пр См “Инкас”	Аальпака* 25. Мохер 20. Шерсть 15. Акрил 40	143
7	Пр См “Франция”	Шерсть 30. Акрил 70	59
8	Пр См “Линекс”	Акрил 80. Нейлон 20	31×2
9	Пр Шрс “Ольга”	Шерсть 100	90×3
10	Пр См	Шерсть 30. Лавсан 70	31×2
11	Пр См	Шерсть 70. Капрон 30	64×2
12	Пр См ф “Букле”	Триацетат 84. Нейлон 16	59+57
13	Пр ПАН Об	Нитрон 100	25
14	Пр ПАН Об	Нитрон 100	31×2
15	Н Пэф Т	Лавсан 100	16,7

* Шерсть ламы

Таблица Б.2. Статический угол трения нитей различного волокнистого состава

Вариант пряжи	Статический угол трения, град, при силе нормального давления, сН/нить			
	1	2	3	4
1	21,0	17,0	15,0	14,8
2	26,5	20,4	19,1	17,4
3	26,5	21,0	19,6	18,2
4	21,2	18,1	16,2	14,7
5	26,1	21,4	18,3	14,4
6	20,3	17,4	17,6	16,8
7	22,5	16,6	15,1	14,6
8	30,1	27,5	23,3	21,8
9	27,8	21,2	20,1	19,0
10	20,3	18,2	16,5	14,9
11	30,5	25,6	23,3	20,8
12	24,6	19,4	18,6	18,3
13	30,5	26,7	24,2	22,8
14	23,3	17,6	16,7	15,7
15	24,8	20,2	18,6	17,5

**Физико-механические свойства высокообъемной
комбинированной пряжи пневматического способа формирования**

Таблица В.1. Жесткость при изгибе

Стержневая нить		Покрывтие		Линей- ная плот- ность пряжи, текс	Жест- кость, сН · мм ²	Удельная жесткость, $\frac{\text{сН} \cdot \text{мм}^2}{\text{текс}}$
Волокни- стый со- став, %	Линей- ная плот- ность, текс	Волокни- стый состав, %	Линей- ная плот- ность, текс			
Капрон 100	10	Шерсть 50. Нитрон 50	80	90	1,50	0,017
Лавсан 100	10	Нитрон 100	80	90×2	2,76	0,015
Капрон 100	10	Нитрон 100	80	90×2	2,52	0,014

Таблица В.2. Статический угол трения

Стержневая нить		Покрывтие		Линейная плотность пряжи, текс	Статический угол трения, град, при силе нормального давления, сН/нить			
Содержа- ние воло- кон, %	<i>T</i> , текс	Содержа- ние воло- кон, %	<i>T</i> , текс		1 сН	2 сН	3 сН	4 сН
Капрон 100	10	Шерсть 50. Нитрон 50	80	90	18,8	18,3	16,7	16,2
Лавсан 100	10	Нитрон 100	80	90×2	20,3	19,8	17,7	17,2
Капрон 100	10	Нитрон 100	80	90×2	20,3	18,3	18,3	17,2

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию	4
ВВЕДЕНИЕ	5
1. МЕТОДЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КУЛИРНОГО ТРИКОТАЖА	6
2. СВОЙСТВА НИТЕЙ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ КОНФИГУРАЦИЮ ПЕТЛИ	20
2.1. Жесткость нити при изгибе	20
2.1.1. Расчет жесткости нити при изгибе	20
2.1.2. Измерение жесткости нити при изгибе	22
2.2. Фрикционные свойства нити.	26
3. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ – МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ ТРИКОТАЖА	30
3.1. Основные положения нелинейной теории упругости	30
3.2. Особенности действия сил, вызывающих большие перемещения при изгибе	32
3.3. Конфигурация упругой линии	33
3.3.1. Кривизна упругой линии	33
3.3.2. Правило знаков для кривизны и изгибающего момента	35
3.3.3. Характеристика классов задач	35
4. РАСЧЕТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОДИНАРНОГО КУЛИРНОГО ТРИКОТАЖА С УЧЕТОМ СВОЙСТВ НИТИ	36
4.1. Постановка задачи	36
4.2. Особенности действия контактных сил в петлях	39
4.3. Определение петельного шага.	43
4.4. Определение высоты петельного ряда	45
4.5. Расчет технологических параметров полотна в УРС	47
5. РАСЧЕТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВОЙНОГО КУ- ЛИРНОГО ТРИКОТАЖА С УЧЕТОМ СВОЙСТВ НИТИ	48
5.1. Особенности строения ластика	48
5.2. Определение геометрических параметров петли ластика, характе- ризующих ее прогиб относительно плоскости полотна	53
5.3. Определение геометрических параметров петли ластика в плоскости полотна	53
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	55
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	57
Приложения	64

Учебное издание

Труевцев Алексей Викторович

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА
ТРИКОТАЖА**

Издание второе, переработанное

Оригинал-макет подготовлен в РИО СПбГУПТД

Издательский редактор Т. Н. Козлова

Подписано в печать 01.09.2016 г. Формат 60х84 1/16
Усл. печ. л. 3,9. Заказ 563/16.

<http://publish.sutd.ru>

Отпечатано в типографии СПбГУПТД
191028, С.-Петербург, ул. Моховая, 26